OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ 2016
CLASA a X-a

1. Fie ecuația: $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}+\ldots+\sqrt{x+n}=\sqrt{x+n+1}\ n\in\mathbb{N}^*$
   a) Rezolvați ecuația pentru $n=1.$ și $n=2.$
   b) Demonstrați că ecuația nu are soluții pentru orice $n\geq 3.$

2. Fie $x,y,z\in(1,\infty)$
   a) Demonstrați că $\dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2}\geq\dfrac{x+y}{2}$
   b) Demonstrați că $\log_x\dfrac{y^3+z^3}{y^2+z^2}+\log_y\dfrac{x^3+z^3}{x^2+z^2}+\log_z\dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2}\geq 3.$

3. a) Demonstrați că $\forall z_1,z_2\in\mathbb{C}^*, |z_1+z_2|^2-|z_1-z_2|^2=2\left(|z_1|^2\cdot\dfrac{\overline{z_2}}{z_1}+|z_2|^2\cdot\dfrac{\overline{z_1}}{z_2}\right)$,

   b) Dacă $z_1,z_2,z_3\in\mathbb{C}^*$,astfel încât $|z_1|=|z_2|=|z_3|$ și $z_1+z_2+z_3=0$, demonstrați că $z_1^2+z_2^2+z_3^2=0$ și $z_1^4+z_2^4+z_3^4=0$.

TIMP DE LUCRU : 2 ore

SUCCES!