

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ 2016
CLASA a XI-a



1. a) Rezolvați ecuația: $X^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

b) Rezolvați ecuația: $X^n = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, pentru $n \in \mathbf{N}^*$, n fixat.

2. Fiind date $a, b, c, p \in \mathbf{Z}$, să se arate că $\begin{vmatrix} a^2 + p & ab & ac \\ ab & b^2 + p & bc \\ ac & bc & c^2 + p \end{vmatrix}$ este un număr întreg, divizibil cu p^2 .

3. Să se studieze șirul dat prin formula de recurență $x_{n+1} = \frac{x_n + a}{x_n + 1}$, $n \geq 1, x_1 \geq 0, a > 0$.

4. Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin $x_{n+1} = \sqrt{\frac{1+x_n}{2}}$, $n \geq 1, x_1 \in [-1, 1]$. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} 4^n (1 - x_n)$.

TIMP DE LUCRU : 2 ore

SUCCES!