

Test cu patrate perfecte si numere prime.

Se considera expresia $E(n)=[2(4n^2-1)^n+(4n+1)^n]\cdot(4n+1)^n+$
 $+ [2(n+1)^{n+1} + n] \cdot n + (4n^2 - 1)^{2n} + (n+1)^{2(n+1)}$, $n \in \mathbb{N}$.

- (1,5p) Aratati ca $E(n)$ este o suma de patrate perfecte de forma $S=(a^n + b^n)^2 + c^2$ si calculati ultima cifra a lui c pentru $n=2016$.
- (1,5p) Daca n este un numar natural prim, calculati valoarea expresiilor $E(n-1)$ si $E(n-2)$.
- (1,5p) Pentru n numar natural prim, calculati $a, b, c \in \mathbb{N}$, astfel incat $S=E(n)$.

- d.** (1,5p) Pentru n numar natural prim, detrminati numarul de divizori ai sumei $a+b$ si justificati de ce numerele a , b si c sunt prime intre ele.
- e.** (1,5p) Pentru n numar natural prim, calculati intersectia multimilor D_a si D_b , apoi decideti daca numarul c^2 este de asemenea un numar natural prim.
- f.** (1,5p) Pentru n numar natural prim, aratati ca numarul $p= c^2 + E(n-1)+E(n-2)$ este divizibil cu 5 si apoi determinati multimea divizorilor sumei $c^2 + E(n-1)$.

Timp: 60 minute. Se acorda 1p din oficiu.

(Autor: Gh. IACOB)