

PROGRESII ARITMETICE. PROGRESII GEOMETRICE

— exerciții propuse —

1. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică de rație r , $a_1 + a_7 = 42$ și $a_{10} - a_3 = 21$. Calculați a_1 și r .
2. Să se rezolve ecuația $2 + 5 + 8 + \dots + x = 155$.
3. Progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$ de rație q este definită prin anumite elemente date. Determinați, în fiecare dintre cazuri, elementele cerute:
 - a. $b_5 - b_1 = 80$, $b_4 - b_2 = 24$; calculați b_1 și q .
 - b. $b_6 = 25$, $b_8 = 9$; calculați b_1 și q .
4. Într-o progresie geometrică avem $S_3 = 40$, $S_6 = 60$. Să se găsească S_9 .
5. Să se găsească primul termen și rația unei progresii aritmetice dacă:
 - a. $a_2 + a_4 = 16$, $a_1 a_5 = 28$.
 - b. $8S_5 = S_{10}$, $S_3 = -3$.
6. Să se rezolve ecuațiile:
 - a. $1 + 7 + 13 + \dots + x = 280$.
 - b. $(x+1) + (x+4) + (x+7) + \dots + (x+28) = 155$.
7. Să se găsească suma primilor 20 de termeni ai unei progresii aritmetice dacă $a_6 + a_9 + a_{12} + a_{15} = 20$.
8. Într-o progresie aritmetică avem $S_{10} = 100$ și $S_{30} = 900$. Să se determine S_{50} .
9. Să se calculeze sumele:
 - a. $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{15}$.
 - b. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{12}}$.
10. Determinați primul termen al unei progresii aritmetice dacă:
 - a. $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 = 45$ și $r = 2$.
 - b. $a_1 a_2 a_3 = 120$ și $a_1 + a_2 + a_3 = 15$.
11. Determinați elementele b_1 și q ale unei progresii geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ în următoarele cazuri:
 - a. $b_2 + b_4 = 60$, $b_1 + b_3 = 20$.
 - b. $b_5 - b_1 = 160$, $b_4 - b_2 = 48$.
 - c. $b_5 + b_2 - b_4 = 66$, $b_6 + b_3 - b_6 = -132$.
12. Primul termen dintr-o progresie aritmetică și geometrică este egal cu 3. Al doilea termen al progresiei aritmetice este mai mare cu 6 decât al doilea termen al progresiei geometrice. Termenul al treilea din cele două progresii este același. Determinați aceste progresii.
13. Calculați suma primilor treizeci de termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ dacă $a_4 - a_2 = 4$ și $a_1 + a_3 + a_5 + a_6 = 30$.
14. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu rația $r = 2$, suma primilor 9 termeni este 351. Determinați primul termen al progresiei.
15. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ suma primilor 12 termeni este 78. Determinați a_1 .
16. Determinați valoarea numărului real x știind că numerele x , $3x+1$ și $x+14$ sunt, în această ordine, termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.
17. Să se scrie primii 5 termeni ai unei progresii geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ dacă $\begin{cases} b_5 - b_1 = 15 \\ b_4 - b_2 = 6 \end{cases}$.
18. Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ știind că 2, a și b sunt în progresie geometrică și 2, 17 și a sunt în progresie aritmetică.