MINISTERUL EDUCAŢIEI ,CERCETĂRII,TINERETULUI ŞI SPORTULUI

COLEGIUL NAŢIONAL VLAICU VODĂ

Municipiul Curtea de Argeş,

Strada Negru Vodă nr. 131, Judeţul Argeş, cod 115300

FIȘĂ RECAPITULARE SIMULARE BACALAUREAT MATE-INFO 9 martie 2016

SET 13 PROBLEME CLASA a XII-a B -prof. GOBEJ ADRIAN

PROBLEMA NR 1 (gen subiect II pb 1)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2^x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(10))=1024$.

5p **b)** Determinați numerele reale x, știind că $A(x)\cdot A(2x)=A(x^2+2)$.

5p **c)** Știind că $A(n)=A(1)\cdot A(2)\cdot A(3)\cdot\ldots\cdot A(2016)$, demonstrați că n este număr natural divizibil cu 2017.

BAREM PROBLEMA NR 1 (gen subiect II pb 1)

1.a)	$A(10)=\begin{pmatrix}1 & 10 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2^{10}\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(10))=\begin{vmatrix}1 & 10 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2^{10}\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=2^{10}=1024$	**3p**
b)	$A(x)\cdot A(2x)=A(3x)$	**2p**
	$A(3x)=A(x^2+2)\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow x_1=1$ și $x_2=2$	**3p**
c)	Deoarece $A(x)\cdot A(y)=A(x+y)$, pentru orice numere reale x și y, obținem $A(n)=$ $=A(1)\cdot A(2)\cdot A(3)\cdot\ldots\cdot A(2016)=A(1+2+3+\ldots+2016)=A(2017\cdot 1008)$	**3p**
	$n=2017\cdot 1008$, deci n este număr natural divizibil cu 2017	**2p**

PROBLEMA NR 2 (gen subiect III pb 1)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2-x-1$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=e^x-x-1$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{f(x)}$.

5p **c)** Demonstrați că $f(2\sqrt{3})<f(3\sqrt{2})$.

BAREM PROBLEMA NR 2 (gen subiect III pb 1)

1.a)	$f'(x)=(e^x)'-\left(\frac{1}{2}x^2\right)'-x'-1'=$	**2p**
	$=e^x-\frac{1}{2}\cdot 2x-1=e^x-x-1$, $x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	Aplicând succesiv teorema lui l'Hospital, obținem $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x-x-1}{e^x-\frac{1}{2}x^2-x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x-1}{e^x-x-1}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{e^x-1}=1$	**2p**
c)	$f''(x)=e^x-1>0$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci f' strict crescătoare pe $(0,+\infty)$ și cum $f'(0)=0$, obținem $f'(x)>0$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci f strict crescătoare pe $(0,+\infty)$	**3p**
	$0<2\sqrt{3}<3\sqrt{2}\Rightarrow f(2\sqrt{3})<f(3\sqrt{2})$	**2p**

PROBLEMA NR 3 (gen subiect II pb 2)

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

5p **a)** Arătați că $(-1) \circ 1 = -1$.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = x$.

5p **c)** Determinați perechile (a,b) de numerele întregi, știind că $a \circ b = 8$.

BAREM PROBLEMA NR 3 (gen subiect II pb 2)

2.a)	$(-1) \circ 1 = 3 \cdot (-1) \cdot 1 + 3 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 + 2 =$	**3p**
	$= -3 - 3 + 3 + 2 = -1$	**2p**
b)	$3x^2 + 3x + 3x + 2 = x \Leftrightarrow 3x^2 + 5x + 2 = 0$	**3p**
	$x_1 = -\frac{2}{3}$ și $x_2 = -1$	**2p**
c)	$3ab + 3a + 3b + 3 - 1 = 8 \Leftrightarrow (a+1)(b+1) = 3$	**3p**
	Cum a și b sunt numere întregi, obținem $(-4,-2)$, $(-2,-4)$, $(0,2)$ și $(2,0)$	**2p**

PROBLEMA NR 4 (gen subiect II pb 1)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x-2)e^x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = (x-1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $f'(x) \geq -1$, pentru orice număr real x.

BAREM PROBLEMA NR 4 (gen subiect II pb 1)

1.a)	$f'(x) = (x-2)'e^x + (x-2)(e^x)' =$	**2p**
	$= e^x + (x-2)e^x = (x-1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (x-2)e^x = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x-2}{e^{-x}} = 0$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$ la graficul funcției f	**2p**
c)	$f''(x) = xe^x$, $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$	**2p**
	$f''(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (-\infty, 0] \Rightarrow f'$ este descrescătoare pe $(-\infty, 0]$	**1p**
	$f''(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [0, +\infty) \Rightarrow f'$ este crescătoare pe $[0, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq f'(0) = -1$, pentru orice număr real x	**2p**

PROBLEMA NR 5 (gen subiect II pb 1)

2. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = 3$.

5p **b)** Demonstrați că funcția $F : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + \ln x + 2016$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [1,2] \to \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$ este mai mic decât 14π.

BAREM PROBLEMA NR 5 (gen subiect III pb 2)

2.a)	$\int_1^2 \left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=\int_1^2 2x\,dx = x^2\Big\vert_1^2=$ $=4-1=3$	**3p** **2p**
b)	$F'(x)=\left(x^2+\ln x+2016\right)'=2x+\frac{1}{x}=$ $=\frac{2x^2+1}{x}=f(x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci F este o primitivă a funcției f	**2p** **3p**
c)	$V=\pi\int_1^2 g^2(x)dx=\pi\int_1^2\left(\frac{2x^2+1}{x}\right)^2dx=\pi\int_1^2\left(4x^2+4+\frac{1}{x^2}\right)dx=$ $=\pi\left(\frac{4x^3}{3}+4x-\frac{1}{x}\right)\Big\vert_1^2=\frac{83\pi}{6}<14\pi$	**2p** **3p**

PROBLEMA NR 6 (gen subiect II pb 1)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 2\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}$.

a) Să se arate că $A(A^2+6I_3)=O_3$. **(8p)**

b) Să se arate că $\det(I_3+xA^2)\geq 0$, **pentru orice x număr real. (7p)**

BAREM PROBLEMA NR 6 (gen subiect II pb 1)

$$\text{a) } A^2=\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 2\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 2\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 2 & 2\\ 2 & -5 & 1\\ 2 & 1 & -5\end{pmatrix}$$

$$A^2+6I_3=\begin{pmatrix}-2 & 2 & 2\\ 2 & -5 & 1\\ 2 & 1 & -5\end{pmatrix}+6\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

$$A(A^2+6I_3)=\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 2\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=O_3.$$

$$\text{b) } I_3+xA^2=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}+x\begin{pmatrix}-2 & 2 & 2\\ 2 & -5 & 1\\ 2 & 1 & -5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-2x & 2x & 2x\\ 2x & 1-5x & x\\ 2x & x & 1-5x\end{pmatrix}$$

$$\det(I_3+xA^2)=\begin{vmatrix}1-2x & 2x & 2x\\ 2x & 1-5x & x\\ 2x & x & 1-5x\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1-2x & 1 & 1\\ 2x & 1-3x & 3x\\ 2x & 3x & 1-3x\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1-2x & 1 & 1\\ 4x & 1 & 1\\ 2x & 3x & 1-3x\end{vmatrix}=$$

$$=\begin{vmatrix}1-2x & 1 & 0\\ 4x & 1 & 0\\ 2x & 3x & 1-6x\end{vmatrix}=(1-6x)\begin{vmatrix}1-2x & 1\\ 4x & 1\end{vmatrix}=(1-6x)(1-2x-4x)=(1-6x)^2$$

PROBLEMA NR 7 (gen subiect III pb 2)

2. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{(x+1)(x^2+1)}, & x\ge 1\\ (x-1)e^x, & x<1\end{cases}$.

a) Arătați că funcția f admite primitive pe R. (8p)

b) Determinați primitiva funcției f, al cărei grafic conține punctul A(1,0) . (7p)

BAREM PROBLEMA NR 7 (gen subiect III pb 2)

a) Studiem continuitatea functiei f(x)

f(x) este continua pe intervalele $(-\infty, 1)$ si $(1, +\infty)$ ca produs si compunere de functii elementare.

Studiem continuitatea functiei f(x) in punctul x = 1.

$$\lim_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x)=\lim_{\substack{x\to1\\x>1}}\frac{x-1}{(x+1)(x^2+1)}=0,\ \lim_{\substack{x\to1\\x<1}} f(x)=\lim_{\substack{x\to1\\x<1}}(x-1)e^x=0,\ f(1)=\frac{1-1}{(1+1)(1+1)}=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x)=\lim_{\substack{x\to1\\x<1}} f(x)=f(1)=0\Rightarrow$$ f(x) este continua in punctul x = 1.

Deci f(x) este continua pe R $\Rightarrow$ f(x) admite primitive pe R.

b) Punctul A(1,0) sa apartina graficului functiei F(x) $\Rightarrow F(1)=0$

Consideram functie $F(x)=\begin{cases}F_1(x), & x>1\\ 0, & x=1\\ F_2(x), & x<1\end{cases}$, unde

$F_1(x)$ este o primitiva a functiei $f_1:(1,+\infty)\to\mathbb{R},\ f_1(x)=\dfrac{x-1}{(x+1)(x^2+1)}$,

$F_2(x)$ este o primitiva a functiei $f_2:(1,+\infty)\to\mathbb{R},\ f_2(x)=(x-1)e^x$, iar

$$\frac{x-1}{(x+1)(x^2+1)}=\frac{Ax+B}{x^2+1}+\frac{C}{x+1}=\frac{Ax^2+Bx+Ax+B+Cx^2+C}{(x+1)(x^2+1)}=\frac{(A+C)x^2+(A+B)x+B+C}{(x+1)(x^2+1)}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}A+C=0\\A+B=1\\B+C=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C=-A\\B=1-A\\1-A-A=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C=-1\\B=0\\A=1\end{cases}\Rightarrow\frac{x-1}{(x+1)(x^2+1)}=\frac{x}{x^2+1}+\frac{-1}{x+1}$$

$$\int\frac{x-1}{(x+1)(x^2+1)}dx=\int\left(\frac{x}{x^2+1}-\frac{1}{x+1}\right)dx=\int\frac{x}{x^2+1}dx-\int\frac{1}{x+1}dx=\frac{1}{2}\int\frac{2x}{x^2+1}dx-\int\frac{1}{x+1}dx=$$

$$=\frac{1}{2}\ln(x^2+1)-\ln(x+1)+C_1$$

$$\int(x-1)e^x dx=\int(x-1)(e^x)'dx=(x-1)e^x-\int e^x dx=(x-1)e^x-e^x+C_2=(x-2)e^x+C_2$$

$$F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\ln(x^2+1)-\ln(x+1)+C_1, & x>1\\ 0, & x=1\\ (x-2)e^x+C_2, & x<1\end{cases},$$

Pentru ca F(x) sa fie o primitiva a functiei f(x) trebuie ca F(x) sa fie continua R.

F(x) este continua pe intervalele $(-\infty, 1)$ si $(1, +\infty)$ ca produs si compunere de functii elementare.

Studiem continuitatea functiei F(x) in punctul x = 1.

$$\lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} F(x) = \lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} \left[\frac{1}{2}\ln(x^2+1) - \ln(x+1) + C_1\right] = \frac{1}{2}\ln 2 - \ln 2 + C_1 = -\frac{1}{2}\ln 2 + C_1$$

$$\lim_{\substack{x\to 1\\ x<1}} F(x) = \lim_{\substack{x\to 1\\ x<1}} [(x-2)e^x + C_2] = -e + C_2,\ F(1) = 0$$

Pentru ca F(x) sa fie continua pe R trebuie ca $\lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} F(x) = \lim_{\substack{x\to 1\\ x<1}} F(x) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\ln 2 + C_1 = -e + C_2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2}\ln 2 + C_1 = 0 \\ -e + C_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{1}{2}\ln 2 \\ C_2 = e \end{cases}$$

Deci F(x) este continua pe R, F(x) este derivabila pe R\{1}.

$$\lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} F'(x) = \lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f_1(x) = \lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} \frac{x-1}{(x+1)(x^2+1)} = 0,\ \lim_{\substack{x\to 1\\ x<1}} F'(x) = \lim_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f_2(x) = \lim_{\substack{x\to 1\\ x<1}} (x-1)e^x = 0$$

Rezulta ca F(x) este derivabila in x = 1 si F'(1) = 0.
Deci F(x) este derivabila pe R si F'(x) = f(x) pe R.

Deci $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\ln(x^2+1) - \ln(x+1) + \frac{1}{2}\ln 2, & x > 1 \\ 0, & x = 1 \\ (x-2)e^x + e, & x < 1 \end{cases}$ **este primitiva functie f(x) care satisface conditia ca punctul A(1, 0) se afla pe graficul functiei F(x).**

PROBLEMA NR 8 (gen subiect III pb 1)

	1. Fie $f: (0,\infty) \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ pentru orice $x > 0$.
5p	**a)** Calculați $f'(x), x > 0$.
5p	**b)** Dacă $m \in \mathbb{R}$ aflați numărul rădăcinilor reale ale ecuației $\ln x = mx$.
5p	**c)** Arătați că există cel puțin 2015 perechi de numere reale (a,b) cu $a,b > 0, a \neq b$ și $a^b = b^a$.

BAREM PROBLEMA NR 8 (gen subiect III pb 1)

1.	**a)** $f'(x) = \frac{x\cdot\ln' x - \ln x}{x^2}$	**2p**
	$f'(x) = \dfrac{1-\ln x}{x^2}$	**3p**
	b) Ecuația este echivalentă cu $f(x) = m$	**1p**
	Din șirul lui Rolle, dacă $m \in \left(0,\frac{1}{e}\right)$ ecuația are două soluții, dacă $m = \frac{1}{e}$ ecuația are o soluție, dacă $m > \frac{1}{e}$ ecuația nu are nicio soluție	**4p**
	c) Fie $m_1, m_2, \cdots, m_{2015}$ numere distincte din intervalul $\left(0,\frac{1}{e}\right)$ atunci din **b)**, pentru orice $k \in \{1,2,\cdots,2015\}$ există $a_k \in (0,e)$ și $b_k \in (e,\infty)$ astfel ca $f(a_k) = f(b_k) = m_k$, adică	**3p**
	$\dfrac{\ln a_k}{a_k} = \dfrac{\ln b_k}{b_k} \Leftrightarrow a_k^{b_k} = b_k^{a_k}, k \in \{1,2,\cdots,2015\}$	**2p**

PROBLEMA NR 9 (gen subiect III pb 2)

	2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin $f(x) = (x-1) \cdot e^x, F(x) = (x-2) \cdot e^x$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
5p	**a)** Arătați că F este o primitivă a lui f.
5p	**b)** Calculați $\int_0^1 (x-1)(x-2) \cdot e^{2x} dx$.
5p	**c)** Dacă $G: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este o primitivă a lui f, arătați că $G(x) \geq G(1)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

BAREM PROBLEMA NR 9 (gen subiect III pb 2)

2.	**a)** F derivabilă pe $\mathbb{R}$	**2p**
	$F'(x) = e^x + (x-2)e^x = (x-1)e^x = f(x), x \in \mathbb{R}$	**3p**
	b) $\int_0^1 (x-1)(x-2) \cdot e^{2x} dx = \int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx =$	**2p**
	$= \frac{1}{2} F^2(x) \Big\|_0^1 = \frac{1}{2}(e^2 - 4)$	**3p**
	c) $G'(x) = f(x), x \in \mathbb{R}$	**2p**
	$f(1) = 0, f(x) < 0, x < 1, f(x) > 0, x > 1$	
	atunci 1 este punct de minim absolut al funcției G și atunci $G(x) \geq G(1), x \in \mathbb{R}$	**3p**

PROBLEMA NR 10 (gen subiect II pb 1)

	1. Se consideră sistemul de ecuații liniare: $\begin{cases} x+3y+4z=5 \\ 2x-3y-z=b \\ x-ay-5z=-4 \end{cases}$, unde a, b sunt numere reale.
5p	**a)** Determinați a și b pentru care sistemul admite soluția $x_0 = 3$, $y_0 = 2$, $z_0 = -1$.
5p	**b)** Aflați numărul real a pentru care sistemul are soluție unică.
5p	**c)** Pentru $a = 6$, determinați soluția sistemului care verifică relația: $x^2 - y^2 + 3z = 4$.

BAREM PROBLEMA NR 10 (gen subiect II pb 1)

1.a.	Verificare prima ecuație	**1p**
	$b = 1$	**2p**
	$a = 6$	**2p**
b.	$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & -a & -5 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow$	**2p**
	Finalizare: $a \neq 6$	**3p**
c.	$a = 6$, $\Delta_c = 0 \Rightarrow b = 1$	**1p**
	$x = 2-\alpha,\ y = 1-\alpha,\ z = \alpha$	**2p**
	$(2-\alpha)^2 - (1-\alpha)^2 + 3\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 1$	**2p**

PROBLEMA NR 11 (gen subiect II pb 2)

	2. Pe multimea numerelor reale se consideră legea $x*y=2xy-6x-6y+21$ şi mulţimea $H=(3,\infty)$.
5p	**a)** Arătaţi că H este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea „$*$”.
5p	**b)** Arătaţi că legea „$*$” admite element neutru.
5p	**c)** Găsiţi două elemente a,b din mulţimea $\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ astfel încât $a*b\in\mathbb{Z}$.

BAREM PROBLEMA NR 11 (gen subiect II pb 2)

2.a.	pentru orice $x\in H, y\in H \Rightarrow x*y\in H$ $2(x-3)(y-3)>0 \Rightarrow 2xy-6x-6y+21>3$	**2p** **3p**
b.	Axioma elementului neutru Finalizare $e=\frac{7}{2}$	**2p** **3p**
c.	Particularizare $a*b\in\mathbb{Z}$ Finalizare	**2p** **3p**

PROBLEMA NR 12 (gen subiect III pb 1)

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=arctg(x+1)-arctg(x-1)$.
5p	**a)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
5p	**b)** Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe $(-\infty,0)$.
5p	**c)** Demonstraţi că $0<f(x)\le\frac{\pi}{2}$, oricare ar fi x număr real.

BAREM PROBLEMA NR 12 (gen subiect III pb 1)

1.a.	$\lim\limits_{t\to-\infty} arctgt=-\frac{\pi}{2}\Rightarrow$ Finalizare $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$	**3p** **2p**
b.	$f'(x)=\left(arctg(x+1)-arctg(x-1)\right)'=\frac{-4x}{\left[(x+1)^2+1\right]\left[(x-1)^2+1\right]}$ $f'(x)>0$, oricare ar fi $x\in(-\infty,0)$	**3p** **2p**
c.	Tabel de monotonie Finalizare: $0<f(x)\le\frac{\pi}{2}$	**3p** **2p**

PROBLEMA NR 13 (gen subiect III pb 2)

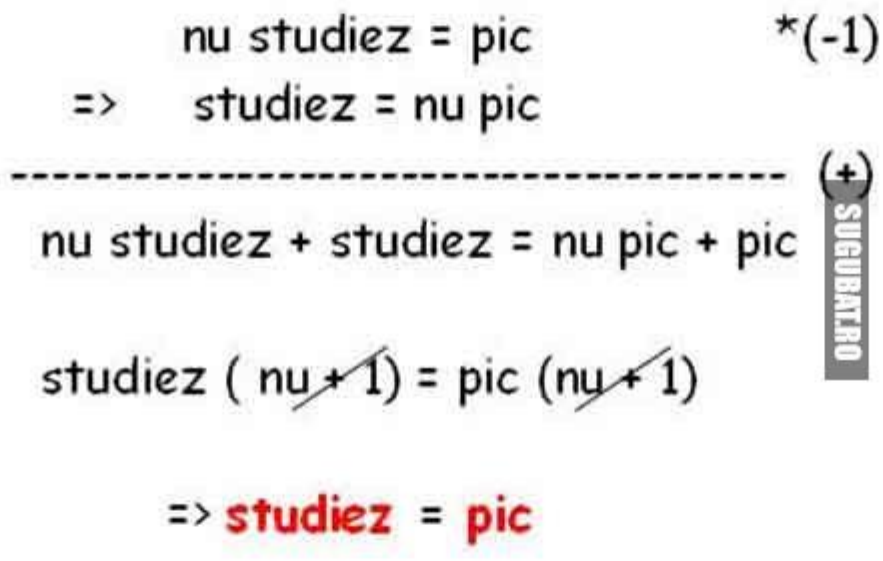
	2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} e^{-2x}, & x\le 0 \\ \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}-x, & x>0 \end{cases}$
5p	**a)** Arătaţi că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi primitivele funcţiei f.
5p	**c)** Se consideră funcţia $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=e^{-2x}\cos 3x$. Determinaţi numerele reale a,b astfel încât funcţia $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $G(x)=e^{-2x}(a\cos 3x+b\sin 3x)$ să fie primitivă pentru funcţia g.

BAREM PROBLEMA NR 13 (gen subiect III pb 2)

2.a.	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=1,\ f(0)=1$ f continuă pe $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$ Finalizare	**3p** **1p** **1p**
b.	$\int f(x)dx=\begin{cases}\dfrac{e^{-2x}}{-2}+c_1,\ x\le 0\\ \ln(x+\sqrt{x^2+1})-\dfrac{x^2}{2}+c_2,\ x>0\end{cases}$ Finalizare	**3p** **2p**
c.	G continua pe $\mathbb{R}$, $G'(x)=g(x)$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$ Finalizare: $a=-\dfrac{2}{13}, b=\dfrac{3}{13}$	**2p** **3p**

Mult succes!
Prof. Gobej Adrian

MODEL DE NEGAȚIE ȘI SIMPLIFICARE :



Sper sa fie o poză motivațională !
Lucrați cu mare rigurozitate aceste modele !