

**Examenul de bacalaureat 2016 (MODEL)**

**Matematică M\_șt-nat**

**Filiera teoretică, profil real, specializarea științele naturii**

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

**SUBIECTUL I (6x 5 p=30 puncte)**

1. Să se calculeze suma primilor 8 termeni ai unei progresii geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , unde  $b_2 = 3$  și  $b_5 = 9\sqrt{3}$ .
2. Determinați parametrul real nenul  $m$  știind că valoarea maximă a funcției  $f(x) = -mx^2 + 5mx - 6 = 0$  este  $\frac{1}{4}$ .
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(x - 1) = \log_4 2x$ .
4. Determinați numărul permutărilor mulțimii  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 16 : x\}$ .
5. Determinați distanța de la punctul  $A(1,2)$  la punctul de intersecție al dreptelor  $d_1: x + 2y - 6 = 0$  și  $d_2: x - y - 3 = 0$ .
6. Fiind date punctele  $O(0,0)$ ,  $A(0,3)$  și  $B(4,0)$ , să se determine lungimea razei cercului circumscris triunghiului  $AOB$ .

**SUBIECTUL al II-lea (6x 5p=30 puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 0 & x & x+1 \\ x+1 & 0 & x \\ x & x+1 & 0 \end{pmatrix}$ , unde  $x \in \mathbb{Z}$ .
  - a. Să se calculeze  $\det(A(1))$ .
  - b. Arătați că  $A(x)$  este inversabilă, oricare ar fi  $x \in \mathbb{Z}$ .
  - c. Să se calculeze  $A(1) + A(2) + \dots + A(63)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy - 2x + 2y - 3$ .
  - a. Să se arate că  $x * y = (x + 2)(y - 2) + 1$ , oricare ar fi  $x, y \in \mathbb{R}$ .
  - b. Să se arate că  $x * 2 = 1$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ .
  - c. Să se calculeze  $1 * 2 * 3 * \dots * 2016$ .

**SUBIECTUL al III-lea (6x 5p=30 puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln(x+2)}{x+2}$ .
  - a. Arătați că  $f'(x) = \frac{1-\ln(x+2)}{(x+2)^2}$ , oricare ar fi  $x \in (-2, \infty)$ .
  - b. Să se determine ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției spre  $+\infty$ .
  - c. Să se arate că funcția  $f$  este crescătoare pe întreg domeniul de definiție.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$ .
  - a. Să se calculeze  $\int_0^3 f(x) dx$ .
  - b. Să se determine o primitivă  $G(x)$  a funcției  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{x}{f(x)}$  pentru care  $G(0) = \ln \sqrt{8}$ .
  - c. Să se calculeze aria suprafeței plane determinate de graficul funcției  $h(x) = \ln\left(\frac{1}{f(x)}\right)$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$ .