

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI
Etapa locală-21 februarie 2016
Filiera teoretică: profilul uman
Barem de corectare clasa a IX-a

1. a) Demonstrați egalitatea:

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

b) Fie numărul $a = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$

Calculați partea întreagă și partea fracționară a numărului real a .

c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $\left[\frac{3x+1}{2} \right] = 5$

Soluție:

a)

1p

b) $[a] = \left[\frac{99}{100} \right] = 0, \{a\} = \frac{99}{100} = 0,99$

3p

c) $\left[\frac{3x+1}{2} \right] = 5 \Rightarrow 5 \leq \frac{3x+1}{2} < 6 \Rightarrow x \in [3, \frac{11}{3})$

3p

2. Determinați mulțimile $A \cup B, A \cap B$ și $A \setminus B$ dacă:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{Z} / x = \frac{6n+18}{2n+1}, n \in \mathbb{N} \right\},$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{Q} / x = \sqrt{\frac{5-n}{9}}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Soluție:

$$A = \{4, 6, 8, 18\}$$

2p

$$B = \left\{ 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right\}$$

2p

$$A \cup B = \left\{ 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 4, 6, 8, 18 \right\}, A \cap B = \emptyset, A \setminus B = \{4, 6, 8, 18\}$$

3p

3. a) Determinați termenul general și rația progresiei aritmetice (a_n) , știind că suma primilor n termeni este : $S_n = 5n^2 + 3n$

b) Determinați primul termen și rația unei progresii geometrice știind că suma primilor trei termeni este 21, iar suma următorilor trei termeni este 168.

Soluție:

a) $a_1 = 8, r = 10$

2 p

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 10n - 2$$

2 p

b) $b_1 + b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 = 21, b_1 \cdot q^3 + b_1 \cdot q^4 + b_1 \cdot q^5 = 168$
 $\Rightarrow b_1 = 3, q = 2.$

1p

2p

4. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor și justificați alegerea făcută:
- a) p: " Numărul 123 este număr compus "
 - b) q: " A șaptea zecimală a numărului $\frac{73}{30}$ este 4."
 - c) r: " Dacă $ABCD$ este un paralelogram și O intersecția diagonalelor, atunci $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ "

Soluție:

- | | | |
|------|------------------|----|
| a) p | A | 1p |
| b) q | F (justificare) | 3p |
| c) r | A (justificare) | 3p |