

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI
Etapă locală - 21 februarie 2015
Filiera tehnologică: profilul tehnic
Barem de corectare clasa a IX-a

1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $\begin{cases} a_3 + a_4 = 6^2 \\ a_5 = 3^3 \end{cases}$.

a) Calculați suma primilor 20 de termeni ai șirului.

b) Arătați că șirul $(b_n)_{n \geq 1}$, $b_n = a_{a_n}$ ($\forall n \geq 1$) este o progresie aritmetică, iar șirul $(c_n)_{n \geq 1}$, $c_n = 5^{a_n}$ ($\forall n \geq 1$) este o progresie geometrică.

Soluție

- a) Se obține $a_1 = 3, r = 6$1 punct
Se calculează $S_{20} = 1200$1 punct
b) Se demonstrează că $(b_n)_{n \geq 1}$ este progresie aritmetică.....2 puncte
Se demonstrează că $(c_n)_{n \geq 1}$ este progresie geometrică.....3 puncte

2. Calculați:

- a) $|2\sqrt{3} - 4| + (1 - \sqrt{3})^2$
b) Calculați $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{50}]$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x .

Soluție

- a) $|2\sqrt{3} - 4| = 4 - 2\sqrt{3}$ 1 punct
Finalizare1 punct
b) Calculul corect al sumei:
 $3 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + 11 \cdot 5 + 13 \cdot 6 + 2 \cdot 7$5 puncte

3.

a) Se consideră segmentul AB și M mijlocul său. Arătați că pentru orice punct P din plan, $2\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}$.

b) Se consideră patrulaterul convex $ABCD$ și punctele: M - mijlocul diagonalei AC și N - mijlocul diagonalei BD . Arătați că

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}.$$

Soluție

- a) Demonstrarea relației2 puncte

b) Folosind punctul a) se obține $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB}$;

$$2\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}; \quad 2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \dots\dots\dots 3 \text{ puncte}$$

Finalizare2 puncte

4. Să se demonstreze că $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{4n+1}, (\forall)n \in \mathbb{N}^*$.

Soluție

Evidențierea etapelor demonstrației prin inducție2 puncte

Finalizare5 puncte