

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI
Etapa locală-21 februarie 2016

Filiera teoretică: profilul uman

Clasa a X-a

1. a) Aduceți la o formă mai simplă expresia :

$$E(x, y) = \frac{x - x\sqrt{y} + y\sqrt{x} - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}, \quad x \neq y, x, y \in \mathbf{R}.$$

- b) Comparați numerele 9999^{10} și 10^{40} .

2. a) Determinați $x \in \mathbf{Q}$ dacă $\sqrt{\frac{3\sqrt{27}}{\sqrt[3]{27}}} = 3^x$.

- b) Arătați că numărul $\sqrt{15+6\sqrt{6}} - \sqrt{8-4\sqrt{3}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$ este natural.

3. a) Demonstrați egalitatea $\log_{ab} n = \frac{\log_a n \cdot \log_b n}{\log_a n + \log_b n}$, unde $a, b, n \in (0; +\infty) - \{1\}$

- b) Calculați: $M = a^{\frac{b}{c}} \cdot b^{\frac{c}{a}} \cdot c^{\frac{a}{b}}$, $a, b, c \in (0; +\infty) - \{1\}$

4. Fie $x = \log_{\sqrt{7}} \left(7 \cdot \sqrt[3]{49} \right) + \left(\frac{3}{2} \right)^{-1}$.

- a) Demonstrați că $x \in \mathbf{N}$.

- b) Dacă $p \in \mathbf{R}$ astfel încât $2^p = 3$ calculați $a = \log_2 \left(6\sqrt[3]{x^2} \right)$ în funcție de p și x determinat la punctul a)

- c) Calculați $b = 3^{\frac{1+\log_{\frac{1}{3}} x}{3}}$, unde x este cel determinat la punctul a)

Notă: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7