

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI
Etapa locală: 21 februarie 2016

Filiera tehnologică: profilul tehnic

Clasa X

1. Fie numărul $z_n = 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^n, n \in \mathbb{N}^*$
 - a) Calculați z_4 și z_{100} .
 - b) Determinați valorile naturale ale lui n pentru care $z_n = 1 + i$. (***)
2. Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ dată prin $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x}$
 - a) Determinați domeniul maxim de definiție al funcției.
 - b) Comparați numerele $f\left(\frac{2}{3}\right)$ și $f\left(\frac{7}{10}\right)$ (***)
3. Fie $a = \sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{3}}$ și $b = \left(\frac{(\sqrt{3}-1)^{\sqrt{2}}}{(\sqrt{3}-1)^{-\sqrt{3}}} \right)^{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{(1+\sqrt{3})^{4+\sqrt{3}}}{(1+\sqrt{3})^{2+\sqrt{3}}} \right)^{-\frac{1}{2}}$.
 - a) Demonstrați că a^3 este pătrat perfect.
 - b) Determinați numărul real b .
 - c) Comparați \sqrt{a} cu 2^b . (***)
4. Fie $a, b, c \in \mathbb{Q}$ astfel încât $\frac{\sqrt[3]{a}}{2} = \frac{\sqrt[3]{b}}{3} = \frac{\sqrt[3]{c}}{4}$. Calculați $\frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}}{\sqrt[3]{a+b+c}}$. (***)

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.