



## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța 21.02.2016

**Clasa a IX -a**

### SUBIECTUL 1

Rezolvați în mulțimea numerelor reale pozitive ecuația :  $[x] + [x^2] = 2$  , ( unde  $[x]$  este partea întreagă a lui  $x$  )

( prelucrare GMB )

### SUBIECTUL 2

a) Să se arate că  $a^2 - a \geq -\frac{1}{4}, \forall a \in \mathbb{R}$

b) Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi, ecuația :  $4^x - 2^x = 6x$

prof. Gabriela Constantinescu

### SUBIECTUL 3

Fie  $x, y, z \in \mathbb{R}$  cu  $x^4 + y^4 + z^4 \leq 48$  .

a) Demonstrați că  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 12$

b) Demonstrați că  $\frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2+z^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+z^2+x^2}} \geq 1$  . În ce caz avem egalitatea ?

prof. Cătălin Zîrnă

### SUBIECTUL 4

Fie patrulaterul convex ABCD și punctele M, N, P, Q respectiv laturile  $[AB], [BC], [CD]$  și  $[DA]$  astfel încât  $\frac{AM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{CP}{CD} = \frac{DQ}{DA} = k, k > 0, k \neq \frac{1}{2}$  . Atunci MNPQ paralelogram  $\Leftrightarrow$  ABCD paralelogram.

prof. Dorin Arventiev

#### Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu