



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapă locală – Constanța 21.02.2016

Clasa a XII-a

SUBIECTUL 1

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{e^{2x} + 1}$.

- a) Calculați $\int e^x f(x) dx$.
- b) Determinați primitiva F a lui f cu $F(0) = 1$.
- c) Calculați $\int (f(x) + f(-x)) dx$.

GMB

SUBIECTUL 2

Fie (G, \circ) și $(G, *)$ două grupuri definite pe aceeași mulțime G , care au același element neutru și care verifică $x * y = (x \circ x) \circ (x \circ y)$, $(\forall) x, y \in G$. Să se arate că cele două legi de compoziție coincid și că grupul definit este comutativ.

SUBIECTUL 3

Fie (G, \cdot) un grup și $f: G \rightarrow G$ o funcție cu proprietatea: $f(x \cdot f(y)) = y \cdot f(x)$, $\forall x, y \in G$.

- a) Arătați că f este bijectivă și că $f(x \cdot y) = f(y) \cdot f(x)$, $\forall x, y \in G$.
- b) Dați un exemplu de funcție f care verifică proprietatea din enunț.

prof. Nelu Chichirim

SUBIECTUL 4

Să se arate că $\int_1^n [\log_2 x] dx = n[\log_2 n] - 2^{[\log_2 n] + 1} + 2$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .

prof. Constantin Caragea

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu