



## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 21.02.2016

**Clasa a VII-a**

### SUBIECTUL 1

- a) Arătați că oricare ar fi numerele reale  $a, b$  avem  $|a| + |b| \geq |a - b|$ .
- b) Demonstrați că oricare ar fi numărul real  $x$ ,  $|x+1| + |x+2| + |x+3| + \dots + |x+2016| \geq 1008^2$

### SUBIECTUL 2

Se dau numerele  $a = \sqrt{3} + \sqrt{3^2} + \sqrt{3^3} + \dots + \sqrt{3^{2016}}$  și  $b = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2016}$ .

- a) Calculați numărul  $a$ .
- b) Dacă  $c = \frac{b}{a} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} - 1$ , arătați că numărul  $c$  este pătrat perfect.

### SUBIECTUL 3

Fie triunghiul isoscel  $ABC$  cu  $m(\angle BAC) = 120^\circ$ . În exteriorul lui se construiește triunghiul obtuzunghic isoscel  $ABE$  de bază  $[AB]$ . Dacă  $M$  este mijlocul segmentului  $[AB]$ ,  $F$  este simetricul lui  $M$  față de  $BC$ , iar  $AF \cap BC = \{P\}$ , se cere :

- a) Demonstrați că punctele  $P, M$  și  $E$  sunt coliniare.
- b) Știind că  $MP = a$  (cm), iar  $EM \cap AC = \{D\}$ , demonstrați că  $[AF] \equiv [MD]$ .

### SUBIECTUL 4

În pătratul  $ABCD$  se construiesc pătratele  $ALEP$  și  $BLIT$ , cu  $AL < BL$ , unde  $L \in (AB), T \in (BC)$ . Notăm  $PT \cap IL = \{N\}$  și fie  $M \in (PT)$ , astfel încât  $[PM] \equiv [MT]$ .

- a) Să se demonstreze că centrul de greutate  $G$  al  $\Delta PIT$  aparține dreptei  $BD$ .
- b) Dacă  $A_{PIE} = A_{MEI}$ , să se determine valoarea raportului dintre ariile pătratelor  $ALEP$  și  $ABCD$  și valoarea raportului  $\frac{IG}{AC}$ .

prof. Pîrvu Mihai

#### Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.