



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”  
Etapa locală – Constanța 21.02.2016

**Clasa a X-a**

Filiera teoretică: Profilul Real – specializarea științele naturii

**SUBIECTUL 1**

- a) Folosind eventual identitatea  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$ , rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația :  $8^x + 27^x + 64^x = 3^{x+1} \cdot 2^{3x}$  ;
- b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația:  $\log_4(3^x + 7) = \log_3(4^x - 7)$  .

**SUBIECTUL 2**

- a) Determinați  $z \in \mathbf{C}$  astfel încât  $(z + |z|)^2 = (1 + 2i)^2$  ;
- b) Arătați că dacă  $z \in \mathbf{C} \setminus \mathbf{R}$  și  $\frac{1+z+z^2}{1-z+z^2} \in \mathbf{R}$ , atunci  $|z|=1$  .

**SUBIECTUL 3**

Arătați că un triunghi cu lungimile laturilor  $a, b, c$  este echilateral dacă și numai dacă

$$a \lg\left(\frac{a^2}{bc}\right) + b \lg\left(\frac{b^2}{ac}\right) + c \lg\left(\frac{c^2}{ab}\right) = 0 .$$

**SUBIECTUL 4**

Fie funcțiile  $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 2x + \sqrt{x^2 + 1}$  și  $g(x) = 4x + 2\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{5x^2 + 4x\sqrt{x^2 + 1} + 2}$  . Să se demonstreze că  $f$  și  $g$  sunt funcții bijective.

**Notă:**

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.