



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – Constanța 21.02.2016

Clasa a XI-a

Filiera teoretică: Profilul Real – specializarea științele naturii

SUBIECTUL 1

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $A \in M_3(\mathbb{R})$

- a) Să se determine $A^2 - A - 2I_3$
- b) Să se demonstreze că $A^n + A^{n-1} = 2^{n-1}(A + I_3)$, pentru orice n natural, $n \geq 2$

SUBIECTUL 2

Fie a, b, c numere reale, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x + 3$ și $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ f(a) & f(b) & f(c) \end{vmatrix}$

- a) Să se arate că $\Delta_1 = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$
- b) Să se arate că $\Delta_1 = \Delta_2$

SUBIECTUL 3

- a) Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} ae^x, & x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{x+1}-b}{x}, & x > 0 \end{cases}$. Aflați a și b reale pentru care există $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- b) Aflați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x+x^2+\dots+x^n)}{nx}$, $n \in \mathbb{N}^*$

SUBIECTUL 4

Fie funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$, D este domeniul maxim de definiție al funcției f .

- a) Aflați D
- b) Studiați asimptotele funcției.

Notă:

Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu