



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – Constanța 21.02.2016

Clasa a XII-a

Filiera teoretică: Profilul Uman

SUBIECTUL 1

Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \in M_2(R)$.

- a) Calculați $I_2 + A + A^2 + A^3$
- b) Determinați cea mai mică valoare a lui $n \in N^*$ pentru care $A^n = I_2$
- c) Calculați suma $S = A + A^2 + A^3 + \dots + A^n, n \in N^*$

SUBIECTUL 2

În $M_2(R)$ se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 2-x & x-1 \\ 2-2x & 2x-1 \end{pmatrix}, x \in R$

- a) Demonstrați că $A(x) \cdot A(y) = A(x \cdot y), (\forall) x, y \in R$
- b) Demonstrați că $A^n(x) = A(x^n), (\forall) x \in R, (\forall) n \in N^*$
- c) Determinați $x \in R$ astfel încât $A^{2016}(x) = I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

SUBIECTUL 3

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2016 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Arătați că dacă $X \in M_2(R)$ astfel încât

$A \cdot X = X \cdot A$, există $a, b \in R$ astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$.

SUBIECTUL 4

Determinați matricea $X \in M_2(C)$ care are suma elementelor de pe diagonala principală egală cu 1 iar $X^2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu