



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 21.02.2016

Clasa a IX-a

Filiera teoretică: Profilul Real – specializarea științele naturii

SUBIECTUL 1

Fie ecuația $7(1-x):m-2x=2(1-x)$, cu m parametru real nenul.

- a) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația.
- b) Să se determine m număr întreg nenul pentru care partea întreagă a soluției ecuației este egală cu 1.

SUBIECTUL 2

Fie șirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ definit astfel: $a_1 = 0$ și $a_{n+1} = a_n + \sqrt{4a_n + 1} + 1$, $n \geq 1$.

- a) Să se arate că $a_n = n(n-1)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- b) Să se demonstreze egalitatea $\sqrt{4a_1 + 1} + \sqrt{4a_2 + 1} + \dots + \sqrt{4a_n + 1} = n^2$, $n \geq 1$.

SUBIECTUL 3

- a) Să se rezolve în \mathbf{N} ecuația $x + 2x + 3x + \dots + x^2 = 40$.
- b) Fie $(b_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ o progresie geometrică cu $b_1 + b_2 + \dots + b_{2016} = 2$ și

$$\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \dots + \frac{1}{b_{2016}} = 1. \text{ Arătați că } b_1 \cdot b_2 \cdot \dots \cdot b_{2016} = 2^{1008}.$$

SUBIECTUL 4

Se dă triunghiul ABC și punctele $E \in (AB)$, $F \in (AC)$ astfel încât $\frac{AE}{EB} = \frac{FC}{AF} = \frac{1}{4}$.

Fie M mijlocul laturii AB , N mijlocul laturii AC și R mijlocul segmentului EF .

- a) Să se arate că $\overrightarrow{MR} = \frac{2}{5}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$.
- b) Să se demonstreze că punctele M, R, N sunt coliniare.

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.