



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**

Etapa locală – Constanța, 21.02.2016

**Clasa a V-a**

**Barem de corectare și notare**

**SUBIECTUL 1**

$$a = 4 \cdot c_1 + r_1, r_1 < 4$$

$$b = 4 \cdot c_2 + r_2, r_2 < 4 \dots\dots\dots 1p$$

$$4 \cdot (c_1 + c_2) + r_1 + r_2 = 2016 \in M_4 \Rightarrow r_1 + r_2 \in M_4 \dots\dots\dots 1p$$

$$r_1, r_2 \in \{0; 1; 2; 3\} \Rightarrow r_1 + r_2 \in \{0; 4\} \dots\dots\dots 1p$$

$$r_1 + r_2 = 0 \Rightarrow c_1 + c_2 = 504 \text{ și } c_1 - c_2 = 468 \Rightarrow c_1 = 486, c_2 = 18 \dots\dots\dots 2p$$

$$r_1 + r_2 = 4 \Rightarrow c_1 + c_2 = 503 \text{ și } c_1 - c_2 = 468 \Rightarrow c_1 \notin \mathbb{N} \dots\dots\dots 1p$$

$$a = 4 \cdot 486 = 1944 \text{ și } b = 4 \cdot 18 = 72 \dots\dots\dots 1p$$

**SUBIECTUL 2**

$$2^{2n+4} \cdot 9^n + 4^n \cdot 3^{2(n+1)} = 2^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot 25 \dots\dots\dots 2p$$

$$n = 0 \Rightarrow 2^0 \cdot 3^0 \cdot 25 = 25; (1 + 6 + 11 + \dots + 2016)^0 + 5 = 6 \dots\dots\dots 1p$$

$$n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u(2^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot 25) = 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$1 + 6 + 11 + \dots + 2016 = 5(1 + 2 + 3 + \dots + 403) + 404 = 5 \cdot 403 \cdot 202 + 404 \dots\dots\dots 1p$$

$$u((1 + 6 + 11 + \dots + 2016)^n + 5) \in \{1; 9\} \dots\dots\dots 1p$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \text{ și } B \text{ disjuncte} \dots\dots\dots 1p$$

**SUBIECTUL 3**

$$a) n = 10 - 1 + 100 - 1 + 1000 - 1 + \dots + \underbrace{100\dots0}_{2016 \text{ zerouri}} - 1 + 2016 \dots\dots\dots 1p$$

$$= 10 + 100 + 1000 + \dots + \underbrace{100\dots0}_{2016 \text{ zerouri}} - \underbrace{(1 + 1 + 1 + \dots + 1)}_{2016 \text{ cifre } 1} + 2016 =$$

$$\underbrace{111\dots10}_{2016 \text{ cifre } 1} - 2016 + 2016 = \underbrace{111\dots10}_{2016 \text{ cifre } 1} \dots\dots\dots 1p$$

$$\underbrace{111\dots10}_{2016 \text{ cifre } 1} : 10 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Cum suma cifrelor este } 2016, \text{ deci divizibilă cu } 9, \text{ iar } (9; 10) = 1 \Rightarrow n : 90 \dots\dots\dots 1p$$

$$b) n = \underbrace{111\dots10}_{2016 \text{ cifre } 1} = 11111 \cdot 10^{2012} + 11111 \cdot 10^{2007} + \dots + 11111 \cdot 10^{5k+2} +$$

$$+ \dots + 11111 \cdot 10^2 + 10 = \dots\dots\dots 1p$$

$$= 11111 \cdot c + 10 \Rightarrow r = 10 \dots\dots\dots 1p$$

$$c = 10^{2012} + 10^{2007} + \dots + 10^2 \dots\dots\dots 1p$$

**SUBIECTUL 4**

Fie  $x$  numărul de elevi ai clasei a V-a A și  $y$  numărul de elevi ai celeilalte clase

$$x \cdot y + y \cdot x + y \cdot (y - 1) \text{ felicitări în plus.} \dots\dots\dots 1p$$

$$y \cdot (2x + y - 1) = 2726 \dots\dots\dots 1p$$

$$2726 = 2 \cdot 29 \cdot 47 \dots\dots\dots 1p$$

$$y \geq 25 \Rightarrow y = 29 \Rightarrow 2x + y - 1 = 94 \Rightarrow x = 33 \dots\dots\dots 2p$$

$$y \geq 25 \text{ și } x \geq 25 \Rightarrow 2x + y - 1 \geq 74 \Rightarrow \text{soluție unică} \dots\dots\dots 1p$$

$$x \cdot (x - 1) = 33 \cdot 32 = 1056 \text{ numărul de felicitări schimbate anul trecut} \dots\dots\dots 1p$$

**Notă** : Orice altă soluție corectă, diferită de cea din barem, va primi punctaj maxim .