



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 21.02.2016

Clasa a XII-a

Filiera teoretică: Profilul Uman

Barem de corectare și notare

SUBIECTUL 1

- a) $I_2 + A + A^2 + A^3 = O_2$ 2p
 b) $A^4 = I_2, n = 4$ 1p
 c) $n = 4k \Rightarrow S = O_2$ 1p
 $n = 4k + 1 \Rightarrow S = A$ 1p
 $n = 4k + 2 \Rightarrow S = A + A^2$ 1p
 $n = 4k + 3 \Rightarrow S = A + A^2 + A^3 = A^2$ 1p

SUBIECTUL 2

- a) Verificare directă2p
 b) Inducție după n 3p
 c) $A^{2016}(x) = A(x^{2016}) = \begin{pmatrix} 2 - x^{2016} & x^{2016} - 1 \\ 2 - 2x^{2016} & 2x^{2016} - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 1p
 Finalizare $x = 1$ 1p

SUBIECTUL 3

- $A \cdot X = \begin{pmatrix} x + 2016z & y + 2016t \\ z & t \end{pmatrix}$ 2p
 $X \cdot A = \begin{pmatrix} x & y + 2016x \\ z & t + 2016z \end{pmatrix}$ 2p
 După identificare $\Rightarrow z = 0; x = t$ 2p
 Finalizare $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}; a, b \in R$ 1p

SUBIECTUL 4

- $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}; a + d = 1$ 1p
 $X^2 = \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ca + dc & cb + d^2 \end{pmatrix} =$ 1p
 $\begin{pmatrix} a^2 + bc & b \\ c & d^2 + bc \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 2p
 $a = \pm 1; b = -1; c = 0; d = \pm 2$ 2p
 Finalizare $X = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 1p