



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 21.02.2016

Clasa a XII-a

Filiera tehnologică: Profilul Tehnic – toate specializările,

Profilul Servicii: – specializarea Resurse Naturale și Protecția Mediului

Barem de corectare și notare

**SUBIECTUL 1**

- a)  $I_3 = A(0) \in G$  .....1p
- b)  $A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 7^{x+y} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A(x+y), (\forall)x, y \in R$  .....2p
- c) comutativitatea .....1p  
asociativitatea .....1p  
element neutru .....1p  
elemente simetrizabile .....1p

**SUBIECTUL 2**

- a)  $(x * y) * z = x * (y * z) = x + y + z + m(xy + yz + xz) + m^2xyz$  .....1p  
Legea este asociativă pentru  $(\forall)m \in R$  .....1p
- b)  $x * x * x = x^3 + 3x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x = 0$  .....1p  
 $x^2 + 3x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0; x \notin R$  .....1p
- c)  $x * y = x + y + xy + 1 - 1 = (x+1)(y+1) - 1$  .....1p  
Demonstrație folosind metoda inducției .....2p

**SUBIECTUL 3**

- a)  $F'(x) = \frac{(a+2b)x^2 + (2b+c)x + (a+c)}{(x+1)(x^2+1)}$  .....1p  
 $F$  primitivă a lui  $f \Rightarrow F'(x) = f(x) \Rightarrow a = -1; b = \frac{1}{2}; c = 1$  .....1p
- b)  $F$  este primitivă a lui  $f$ , deci  $F(x) = -\ln(x+1) + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + \arctg x$  .....1p  
 $\int_0^1 f(x)dx = F(x)|_0^1 = -\frac{1}{2}\ln 2 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$  .....1p
- c)  $F'(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \in (-1; +\infty), x+1 > 0; x^2+1 > 0; (\forall)x \in (-1; +\infty)$  .....1p  
Tabelul de variație .....1p  
 $F$  descrescătoare pe  $(-1; 0]$  și crescătoare pe  $[0; +\infty)$  .....1p

**SUBIECTUL 4**

- a)  $I_2 = \int_{-1}^1 (1-x^2)^2 dx = \int_{-1}^1 (1-2x^2+x^4) dx = \dots\dots\dots 1p; = \frac{16}{15}$  .....1p  
 $I_3 = \int_{-1}^1 (1-x^2)^3 dx = \int_{-1}^1 (1-3x^2+3x^4-x^6) dx = \dots\dots\dots 1p; = \frac{32}{35}$  .....1p
- b)  $I_{n+1} = \int_{-1}^1 (1-x^2)^{n+1} dx = x(1-x^2)^{n+1}|_{-1}^1 + 2(n+1) \int_{-1}^1 x^2(1-x^2)^n dx = \dots\dots\dots 1p$   
 $I_{n+1} = -2(n+1) \int_{-1}^1 (1-x^2-1)(1-x^2)^n dx$  .....1p  
Finalizare  $I_{n+1} = \frac{2n+2}{2n+3} \cdot I_n, (\forall)n \in N^*$  .....1p

**Notă :** Orice altă soluție corectă, diferită de cea din barem, va primi punctaj maxim .