Gazeta electronică Mate.Info.Ro: "Fiecare punct.. contează"
ISSN: 2457 - 161X
ISSN-L: 2457 - 161X

Probleme cu divizori

Florin Adrian RIȘCĂ
Inspector Școlar pentru matematică
I.S.J. Olt

Pornim de la următoarea teoremă:

TEOREMĂ: Dacă un număr a natural se descompune în factori primi astfel încât: $a = {p_1}^{n_1} \cdot {p_2}^{n_2} \cdot \ldots \cdot {p_k}^{n_k}$, unde $p_1, p_2, \ldots, p_k$ sunt numere prime, atunci numărului a îi putem afla numărul de divizori prin formula:

$$N_{D_a} = (n_1 + 1) \cdot (n_2 + 1) \cdot \ldots \cdot (n_k + 1)$$

<u>Exemple:</u>

1. $72 = 2^3 \cdot 3^2$, iar $N_{D_{72}} = (3 + 1) \cdot (2 + 1) = 12$

2. $120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$, iar $N_{D_{120}} = (3 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1) = 16$

3. $128 = 2^7$, iar $N_{D_{128}} = (7 + 1) = 8$

Problema 1:

a) Aflați numerele naturale de 3 cifre cu exact 3 divizori naturali.

b) Aflați numerele naturale de 4 cifre cu exact 3 divizori naturali.

Rezolvare:

Conform teoremei de mai sus, descompunerea în factori primi a numărului n cu exact 3 divizori este: $n = p^2$, unde p este un număr prim.

a) Atunci, obținem $n \in \{11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2, 29^2, 31^2\}$.

Adică $n \in \{121, 169, 289, 361, 529, 841, 961\}$

b) Obținem $n \in \{37^2, 41^2, 43^2, 47^2, 53^2, 59^2, 61^2, 67^2, 71^2, 73^2, 79^2, 83^2, 89^2, 97^2\}$.

Adică

n $\in \{1369,1681,1849, 2209, 2809,3481,3721,4489, 5041,5329,6241, 6889,7921,9409\}$

Problema 2:

a) Aflați numerele naturale de 3 cifre cu exact 5 divizori naturali.

b) Aflați numerele naturale de 4 cifre cu exact 5 divizori naturali.

c) Aflați numerele naturale de 5 cifre cu exact 5 divizori naturali.

ISSN: 2457 - 161X
ISSN-L: 2457 - 161X

Rezolvare:

Conform teoremei de mai sus, descompunerea în factori primi a numărului n cu exact 5 divizori este: $n = p^4$, unde p este un număr prim.

a) Atunci, obținem $n \in \{5^4\}$.

   Adică $n \in \{625\}$

b) Obținem $n \in \{7^4\}$.

   Adică n $\in \{2401\}$

c) Atunci, obținem $n \in \{11^4, 13^4, 17^4\}$.

   Adică $n \in \{14641, 28561, 83521\}$

Problema 3:

a) Aflați numerele naturale de 3 cifre cu exact 7 divizori naturali.

b) Aflați numerele naturale de 4 cifre cu exact 7 divizori naturali.

c) Aflați numerele naturale de 5 cifre cu exact 7 divizori naturali.

Rezolvare:

Conform teoremei de mai sus, descompunerea în factori primi a numărului n cu exact 7 divizori este: $n = p^6$, unde p este un număr prim.

a) Atunci, obținem $n \in \{3^6\}$.

   Adică $n \in \{729\}$

b) Cu 4 cifre nu există nici un număr cu această proprietate.

c) c) Obținem $n \in \{5^6\}$.

   Adică n $\in \{15625\}$