

Concursul Județean „EUCLID”**16 ianuarie 2016****Clasa a V – a****SUBIECTE:**

1. a) Aflați restul împărțirii numărului $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 32 + 2015$ la 26.
b) Arătați că numărul $A = (5 + 10 + 15 + \dots + 200) : 41$ este pătrat perfect.

2. a) Determinați ultimele 2 cifre ale numărului $n = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2015}$.
b) Calculați suma tuturor numerelor de forma \overline{abab} , știind că $\overline{ab} - \overline{ba} = a + 3b$, unde a și b sunt cifre nenule.

3. Suma dintre vârsta tatălui și vârstele gemenilor săi este de 40 de ani. Peste 16 ani, vârsta tatălui va fi egală cu suma vârstelor gemenilor. Ce vârstă are fiecare în prezent?

4. Aflați toate numerele naturale de forma \overline{ab} care împărțite la 70 dau restul un cub perfect și câtul nenul.

*Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 0-7 puncte.
Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.
Timp de lucru: 2 ore*

Varianta 2
Clasa a V-a

Concursul Județean „EUCLID”
16 ianuarie 2016
Clasa a V – a**BAREM de CORECTARE și NOTARE:**

1. a) Aflați restul împărțirii numărului $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 32 + 2015$ la 26.

$$n = 26 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 25 \cdot 27 \cdot \dots \cdot 32 + 26 \cdot 77 + 13$$

..... 1p

$$n = 26 \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 25 \cdot 27 \cdot \dots \cdot 32 + 77) + 13, 13 < 26$$

..... 1p

\Rightarrow restul este 13

..... 1p

b) Arătați că numărul $A = (5 + 10 + 15 + \dots + 200) : 41$ este pătrat perfect.

$$A = 5(1 + 2 + 3 + \dots + 40) : 41$$

..... 1p

$$A = 5 \cdot 40 \cdot 41 : 2 : 41$$

..... 1p

$$A = 100 = 10^2, \text{ care este pătrat perfect}$$

..... 2p

2. a) Determinați ultimele 2 cifre ale numărului $n = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2015}$.

$$n = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4(1 + 7 + 7^2 + 7^3) + \dots + 7^{2012}(1 + 7 + 7^2 + 7^3)$$

$$n = 7 + 49 + 343 + 7^4(1 + 7 + 49 + 343) + \dots + 7^{2012}(1 + 7 + 49 + 343)$$

..... 1p

$$n = 399 + 400 \cdot (7^4 + 7^8 + \dots + 7^{2012})$$

..... 1p

$n = \overline{\dots 99}$, deci ultimele 2 cifre sunt 9 și 9.

..... 1p

b) Calculați suma tuturor numerelor de forma \overline{abab} , știind că $\overline{ab} - \overline{ba} = a + 3b$

$$10a + b - 10b - a = a + 3b$$

..... 1p

$$8a = 12b \Leftrightarrow 2a = 3b$$

..... 1p

$$(a; b) \in \{(3; 2), (6; 4), (9; 6)\}$$

..... 1p

Suma tuturor numerelor de forma \overline{abab} este $3232 + 6464 + 9696 = 19392$.

..... 1p

3. Suma dintre vârsta tatălui și vârstele gemenilor săi este de 40 de ani. Peste 16 ani, vârsta tatălui va fi egală cu suma vârstelor gemenilor. Ce vârstă are fiecare în prezent?

Notăm vârsta tatălui cu t și vârsta unuia dintre gemeni cu g .

$$t + 2g = 40$$

..... 1p

$$t + 16 = 2(g + 16)$$

..... 1p

$$t - 2g = 16$$

..... 1p

$$2t = 56$$

..... 1p

$$t = 28$$

..... 1p

$$g = 6$$

..... 1p

Tatăl are 28 de ani, iar gemenii au câte 6 ani fiecare.

..... 1p

4. Aflați toate numerele naturale de forma \overline{ab} care împărțite la 70 dau restul un cub perfect și câtul nenul.

$$D = I \cdot C + R, 0 \leq R < I$$

..... 1p

$$\overline{ab} = 70 \cdot C + x^3, 0 \leq x^3 < 70$$

..... 1p

$$70 \leq 70 \cdot C + x^3 \leq 99$$

..... 1p

$$\Rightarrow C = 1, x \in \{0, 1, 2, 3\}$$

..... 2p

Numerele sunt: 70, 71, 78 și 97

..... 2p

Notă:

Orice altă soluție corectă se punctează corespunzător

Varianta 2
Clasa a V-a