Concursul Județean „EUCLID”

16 ianuarie 2016

Clasa a VI – a

VI

SUBIECTE:

1. Considerăm numerele:

$A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 2016^2$

$B = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \cdots + 2015 \cdot 2017$

Calculați $A - B$.

2. Dacă p este un număr prim și $p^2 + 2$ este număr prim, demonstrați că $p^3 + 2$ este număr prim.

3. Numărul natural n, scris în baza 10, are suma cifrelor egală cu 2009. Determinați suma cifrelor numărului $n + 7$.

4. Se consideră două unghiuri adiacente $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$, iar semidreptele $[OM$, $[ON$ și $[OP$ sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, respectiv $\sphericalangle MON$. Pe semidreapta opusă lui $[OP$, considerăm un punct P', iar în interiorul $\sphericalangle AOP'$ alegem un punct B' astfel încât $m\left(\widehat{B'OP'}\right) = 10^0$. Știind că $m\left(\widehat{MON}\right) = 88^0$, iar $m\left(\widehat{BOC}\right) + 4^0 = 0,(6) \cdot m\left(\widehat{AOB}\right)$, să se arate că punctele B, O și B' sunt coliniare.

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat cu 0-7 puncte.
Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.
Timp de lucru: 2 ore.

Varianta 2
Clasa a VI-a

Concursul Județean „EUCLID”

16 ianuarie 2016

Clasa a VI – a

VI

BAREM de CORECTARE și NOTARE:

1.
A are 2016 termeni și B are 2015 termeni 2p
$A - B = 1^2 + (2^2 - 1 \cdot 3) + (3^2 - 2 \cdot 4) + (4^2 - 3 \cdot 5) + \cdots + (2016^2 - 2015 \cdot 2017)$. 2p
$n^2 - (n-1) \cdot (n+1) = n^2 - (n^2 + n - n - 1) = 1$.. 1p
$A - B = 1 + 1 + \cdots + 1$... 1p
$A - B = 2016$.. 1p

2.
$p = 2 \Rightarrow\ p^2 + 2$ nu este un număr prim 1p
$p = 3\ \Rightarrow\ p^2 + 2 = 11$ = număr prim
$p^3 + 2 = 29$ = număr prim 1p
$p > 3 \Rightarrow p \epsilon \{6k + 1, 6k + 5 \mid k \epsilon \mathbb{N}\}$ 2p
$p^2 \epsilon \{6k + 1 \mid k \epsilon \mathbb{N}\}$.. 1p
$p^2 + 2 = 6k + 3\ \vdots\ 3\ \Rightarrow\ p^2 + 2$ nu este un număr prim 1p
Finalizare 1p

3.
$2009 = M_9 + 2\ \Rightarrow n = M_9 + 2$.. 1p
$n + 7 = M_9 \Rightarrow$ suma cifrelor $\vdots$ 9.. 1p
$U(n) \epsilon \{0, 1, 2\} \Rightarrow$ suma cifrelor este 2016 .... 2p
$U(n) \epsilon \{3,4,5,6,7,8,9\} \Rightarrow$suma cifrelor < 2009.. 1p
Suma cifrelor $\epsilon \{9, 18, 27, \ldots, 2007\}$... 2p

4.
$m(\widehat{MON}) = 88^0 \Rightarrow m(\widehat{AOC}) = 176^0$.. 1p
$m(\widehat{BOC}) + 4^0 = \frac{2}{3} \cdot m(\widehat{AOB}) \Rightarrow m(\widehat{AOB}) = 108^0$
$m(\widehat{BOC}) = 68^0$ ....
2p
$m(\widehat{AOM}) = m(\widehat{MOP}) = 54^0$
$m(\widehat{BON}) = m(\widehat{NOC}) = 34^0$ 1p
$m(\widehat{PON}) = 44^0 \Rightarrow m(\widehat{POB}) = 10^0$ 1p
Finalizare 2p

Notă:
Orice altă soluție corectă se punctează corespunzător

Varianta 2
Clasa a VI-a