Concursul Judeţean „EUCLID”

16 ianuarie 2016

Clasa a VII – a

VII

SUBIECTE:

1. Determinaţi numerele de forma $\overline{abc}$, ştiind că cifrele sale sunt numere prime şi

$$\frac{3a+2b}{6}=\frac{3b+c}{7}=\frac{a+4c}{11}$$

2. Arătaţi că are loc inegalitatea:

$$\frac{1}{2^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{6^2}+\ldots+\frac{1}{2016^2}<\frac{2015}{2016}$$

3. Se consideră pătratul ABCD şi punctele K$\in$ (AB), L $\in$ (BC) şi M $\in$ (CD) astfel încât ΔKLM este dreptunghic isoscel, cu unghiul drept în L. Demonstraţi că dreptele AL şi DK sunt perpendiculare.

4. Fie ΔABC un triunghi oarecare, N mijlocul laturii [AC], E simetricul punctului B faţă de N şi P simetricul punctului C faţă de B. Dacă dreapta PE intersectează laturile AB şi AC în punctele M şi respectiv F, calculaţi valoarea raportului $\frac{FM}{MP}$.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 0-7 puncte.
Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.
Timp de lucru: 3 ore

Varianta 2
Clasa a VII-a

Concursul Judeţean „EUCLID”

16 ianuarie 2016

Clasa a VII – a

VII

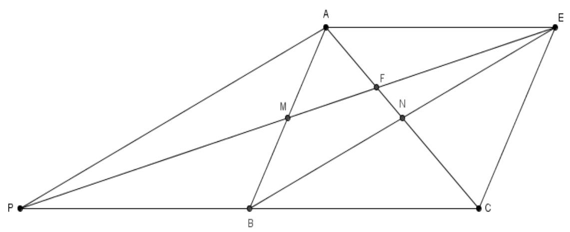
BAREM de CORECTARE şi NOTARE:

1. $\frac{3a+2b}{6}=\frac{3b+c}{7} \Leftrightarrow$ 21a + 14b = 18 b + 6c 1p
21a = 4b + 6c 1p
21a, 6c $\vdots$ 3 $\Rightarrow$ 4b $\vdots$ 3 $\Rightarrow$ b $\vdots$ 3, dar b cifră număr prim $\Rightarrow$ b = 3 .... 1p
(4b + 6c) $\vdots$ 2 $\Rightarrow$ 21a $\vdots$ 2 $\Rightarrow$ a $\vdots$ 2, dar a cifră număr prim $\Rightarrow$ a = 2 .... 1p
42 = 12 + 6c $\Rightarrow$ c = 5 .... 1p
Verificăm şirul de rapoarte egale
$\frac{3\cdot 2+2\cdot 3}{6}=\frac{3\cdot 3+5}{7}=\frac{2+4\cdot 5}{11} \Leftrightarrow$ 2 = 2 = 2 (A) 1p
Numărul este 235. .... 1p

2. Pentru orice număr natural k, k > 1, avem: $\frac{1}{k^2}=\frac{1}{k\cdot k}<\frac{1}{(k-1)k}=\frac{1}{k-1}-\frac{1}{k}$ 3p
Pentru k $\in$ {2, 3, …, 2016} se obţin astfel de 2015 relaţii 2p
Făcând suma celor 2015 relaţii obţinem inegalitatea solicitată 2p

3. ΔKLB $\equiv$ ΔLMC 2p
KB = LC 1p
Din AB = BC şi KB = LC $\Rightarrow$ AK = BL 1p
ΔAKD $\equiv$ ΔBLA 2p
Din $AK \perp BL$ şi $AD \perp BA \Rightarrow AL \perp DK$ 1p

4. Realizare figură 1p



$$\left.\begin{array}{l} N-mijl.[AC] \\ E=sim_N B \Rightarrow N-mijl.[BE](0,5p) \end{array}\right\} \Rightarrow (ABCE)\# \Rightarrow AE \parallel BC, [AE]\equiv[BC](0,5p) \quad P=sim_B C \Rightarrow [PB]\equiv[BC](0,5p) \Bigg\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AE \parallel PB, [AE]\equiv[PB](0,5p) \Rightarrow APBE\,\#(0,5p) \Rightarrow M-mijl[AB](0,5p), [PM]\equiv[ME](0,5p)(*)$$

$$\left.\begin{array}{l} M-mijl[A] \Rightarrow [EM-med.\text{în}\triangle\text{ABE}(0,5p) \\ N-mijl[BE] \Rightarrow [AN-med.\text{în}\triangle\text{ABE}(0,5p) \end{array}\right\} \Rightarrow F-c.g.\text{în}\triangle\text{ABE}(0,5p) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{FM}{ME}=\frac{1}{3}(0.5p) \xrightarrow{(*)} \frac{FM}{MP}=\frac{1}{3}(0.5p)$$

Varianta 2
Clasa a VII-a

Notă:
Orice altă soluţie corectă se punctează corespunzător