

**FIȘĂ SIMULARE BAC. MATEMATICĂ CLS a XII-a mate- info. NR.1**

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.

a) Arătați că  $\det(A(a)) = (a+2)(a-1)^2$ , pentru orice număr real  $a$ .

b) Calculați inversa matricei  $A(-1)$  în  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

c) Determinați perechile de numere naturale  $(a, b)$  pentru care matricea  $A(a) \cdot A(b)$  are suma elementelor egală cu 24.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 3xy - 3x - 3y + 4$ . Legea „\*” este asociativă și are element neutru.

a) Arătați că  $x * y = 3(x-1)(y-1) + 1$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .

b) Calculați  $\frac{1}{1007} * \frac{2}{1007} * \frac{3}{1007} * \dots * \frac{2014}{1007}$ .

c) Determinați numerele reale  $x$  care sunt egale cu simetricile lor față de legea „\*”.

3) Se consideră determinantul  $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & 4 \\ 2 & x-1 & 7-x \\ 1 & -2 & x^2 \end{vmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.

a) Calculați  $D(1)$ .

b) Arătați că  $D(x) = -(x-1)(x+1)(x+2)$ , pentru orice număr real  $x$ .

c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $D(2^x - 3) = 0$ .

4) Se consideră matricea  $X(a) = \begin{pmatrix} 1+3a & -6a \\ a & 1-2a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.

a) Arătați că  $X(-1) + X(1) = 2X(0)$ .

b) Arătați că  $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$ , pentru orice numere reale  $a$  și  $b$ .

c) Determinați valorile reale ale lui  $a$  pentru care matricea  $X(a)$  este inversabilă.

NOTA : FIECARE SUBPUNCT VALOREAZA 0,75 P

TOTAL 12X0,75 = 9P

SE ACORDA 1 P. DIN OFICIU

**VĂ DORESC MULT SUCCES!**

**FIȘĂ SIMULARE BAC. MATEMATICĂ CLS a XII-a mate- info. NR.2**

1. Se consideră matricele  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.

a) Arătați că  $A(1) + A(-1) = 2A(0)$ .

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\det(A(x) + I_3) = 0$ .

c) Arătați că  $\det(aI_3 - bA(-1) + cA(-1) \cdot A(-1)) \geq 0$ , pentru orice numere reale pozitive  $a$ ,  $b$  și  $c$ .

2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru  $x * y = xy - 5x - 5y + 30$ .

a) Arătați că  $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$ , pentru orice numere întregi  $x$  și  $y$ .

b) Determinați elementele simetrizabile în raport cu legea de compoziție „\*”.

c) Calculați  $d_1 * d_2 * \dots * d_8$ , unde  $d_1, d_2, \dots, d_8$  sunt divizorii naturali ai lui 2015.

3) Se consideră determinantul  $D(a, b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & b \\ 1 & a^2 & b^2 \end{vmatrix}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale.

a) Calculați  $D(1, 0)$ .

b) Arătați că  $D(a, b) = (a - 1)(b - 1)(b - a)$  pentru orice numere reale  $a$  și  $b$ .

c) Demonstrați că numărul  $D(m, n)$  este par pentru orice numere întregi  $m$  și  $n$ .

4) Se consideră inelul  $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ , unde  $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$ .

a) Rezolvați în  $\mathbb{Z}_6$  ecuația  $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{5}$ .

b) Determinați mulțimea valorilor funcției  $f: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$ ,  $f(x) = x^3 - x$ .

c) Determinați numărul elementelor mulțimii  $H = \{x^{10} \mid x \in \mathbb{Z}_6\}$ .

NOTA : FIECARE SUBPUNCT VALOREAZA 0,75 P

TOTAL 12X0,75 = 9P

SE ACORDA 1 P. DIN OFICIU

**VĂ DORESC MULT SUCCES!**