
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 23.01.2016 –

CLASA A IX-A

Subiecte

1. Fie $a \in (0, \infty)$ și ecuația $[x] + \{ax\} = 2 \quad (x \in \mathbb{R})$.

a. Rezolvați ecuația din enunț pentru $a = \sqrt{2}$;

b. Arătați că ecuația din enunț are soluție dacă și numai dacă $a \in \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right] \cup \left(\frac{2}{3}, \infty\right)$.

Prof. Cezar Apostolescu, Ploiești

2. Determinați $a, b, c \in \mathbb{R}$ știind că $a^4 + 20 \leq 7b^2 + 4c$, $b^4 + 20 \leq 7c^2 + 4a$,
 $c^4 + 20 \leq 7a^2 + 4b$.

Prof. Petre Năchilă, Ploiești

3. Dacă a, b, c sunt lungimile laturilor unui triunghi, arătați că :

$$\frac{4}{3} < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

Prof. Emil Vasile, Ploiești

4. Se consideră triunghiul ABC , G - centrul său de greutate și T un punct interior oarecare. Se notează cu G_1, G_2, G_3 și G_T centrele de greutate ale triunghiurilor TBC, TAC, TAB respectiv $G_1G_2G_3$. Arătați că :

a. Dacă $T = G$, atunci $T = G_T$

b. Dacă $T \neq G$, atunci T, G_T și G sunt coliniare și $TG_T = 2GG_T$.

Prof. Claudiu Militaru, Ploiești

SUCCES!

Notă:

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.
