MINISTERUL EDUCAŢIEI ,CERCETĂRII,TINERETULUI ŞI SPORTULUI

COLEGIUL NAŢIONAL VLAICU VODĂ

Municipiul Curtea de Argeş,

Strada Negru Vodă nr. 131, Judeţul Argeş, cod 115300

Telefon:0248 721553 / Fax: 0248 721389;

E-mail: cn_vlaicu_voda@yahoo.com

Web: cnvlaicuvoda.licee.edu.ro

FIȘĂ totală SIMULARE BAC. MATEMATICĂ CLS a XI-a mate- info.+st. naturii

SUBIECTUL I –simulare 2014 mat-inf. Clasa a XI-a

5p	**1.** Calculaţi $z+\overline{z}$, ştiind că $z=3+4i$ şi $\overline{z}$ este conjugatul numărului complex z.
5p	**2.** Determinaţi numărul real pozitiv m pentru care dreapta $x=2$ este axă de simetrie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-(m^2-1)x+3$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(2x-1)=2\log_2 x$.
5p	**4.** Determinaţi câte numere naturale $\overline{abc}$, cu a, b şi c nenule, au suma cifrelor egală cu 5.
5p	**5.** Se consideră triunghiul ABC şi punctul D astfel încât $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$. Determinaţi numărul real p pentru care $\overrightarrow{AD}=p\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$.
5p	**6.** Calculaţi lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, ştiind că $AC=6$ şi $\cos B=\frac{4}{5}$.

BAREM SUBIECTUL I - 2014 Clasa a XI-a

1.	$\overline{z}=3-4i$ $z+\overline{z}=6$	**2p** **3p**
2.	$\frac{m^2-1}{4}=2\Rightarrow m^2-9=0$ $m=-3$ nu convine, $m=3$ convine	**3p** **2p**
3.	$2x-1=x^2$ $x=1$, convine	**2p** **3p**
4.	$a+b+c=5\Rightarrow$ cifrele nenule a, b şi c pot fi $1, 1, 3$ sau $1, 2, 2$ Dacă cifrele sunt $1, 1, 3$ se obţin numerele 113, 131 şi 311 Dacă cifrele sunt $1, 2, 2$ se obţin numerele 122, 212, $221\Rightarrow$ sunt 6 numere care verifică condiţiile date	**2p** **1p** **2p**
5.	$\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}\Rightarrow D$ este mijlocul laturii BC $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)\Rightarrow p=\frac{1}{2}$	**3p** **2p**
6.	$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{3}{5}$ $\frac{AC}{\sin B}=2R\Rightarrow R=5$	**2p** **3p**

SUBIECTUL II –simulare 2014 mat-inf. Clasa a XI-a

	1. Se consideră determinantul $D(x,y)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 2 \\ x^2+1 & y^2+1 & 5 \end{vmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale.
5p	a) Calculați $D(1,-1)$.
5p	b) Arătați că $D(x,y)=(x-2)(y-2)(y-x)$, pentru orice numere reale x şi y.
5p	c) Determinați numerele reale x pentru care $D\left(2^x,4^x\right)=0$.
	2. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & x \\ 1 & x & 1 \\ x & 1 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	a) Calculați $A(1)-A(-2)$.
5p	b) Demonstraţi că $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr natural n, $n\neq 1$.
5p	c) Determinaţi inversa matricei $A(0)$.

BAREM SUBIECTUL II - 2014 Clasa a XI-a

1.a)	$D(1,-1)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{vmatrix}=$	2p
	$=-6$	3p
b)	$D(x,y)=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x-2 & y-2 & 2 \\ (x-2)(x+2) & (y-2)(y+2) & 5 \end{vmatrix}=$	2p
	$=(x-2)(y-2)\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ x+2 & y+2 & 5 \end{vmatrix}=(x-2)(y-2)(y-x)$, pentru orice numere reale x şi y	3p
c)	$D\left(2^x,4^x\right)=\left(2^x-2\right)\left(4^x-2\right)\left(4^x-2^x\right)$	2p
	$2^x-2=0\Rightarrow x=1$	1p
	$4^x-2=0\Rightarrow x=\frac{1}{2}$	1p
	$4^x-2^x=0\Rightarrow x=0$	1p
2.a)	$A(1)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $A(-2)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	3p
	$A(1)-A(-2)=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	2p
b)	$\det(A(n))=\begin{vmatrix} 1 & 1 & n \\ 1 & n & 1 \\ n & 1 & 1 \end{vmatrix}=-(n+2)(n-1)^2$	3p
	$n\in\mathbb{N}$, $n\neq 1\Rightarrow \det(A(n))\neq 0$, deci $A(n)$ inversabilă, pentru orice număr natural n, $n\neq 1$	2p
c)	$A(0)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(0))=-2$	2p
	$A^{-1}(0)=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$	3p

SUBIECTUL III –simulare 2014 mat-inf. Clasa a XI-a

	1. Se consideră şirul de numere reale $(a_n)_{n\geq 1}$, $a_n=\frac{n+1}{n^2}$.
5p	a) Arătaţi că $\frac{a_{n+1}}{a_n}<1$ pentru orice număr natural nenul n.
5p	b) Demonstraţi că şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este mărginit.
5p	c) Calculaţi $\lim\limits_{n\to+\infty}(na_n)^{\sqrt{n^2+2}}$.
	2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x+a, & x<2\\ 0, & x=2\\ \frac{x-b}{2x+1}, & x>2\end{cases}$, unde a şi b sunt numere reale.
5p	a) Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
5p	b) Determinaţi numerele reale a şi b pentru care funcţia f este continuă pe $\mathbb{R}$.
5p	c) Pentru $b=2$, rezolvaţi în mulţimea $(2,+\infty)$ inecuaţia $(7\cdot f(x)-1)(2^x-16)\leq 0$.

BAREM SUBIECTUL III- 2014 Clasa a XI-a

1.a)	$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n+2}{(n+1)^2}\cdot\frac{n^2}{n+1}=\frac{n^2(n+2)}{(n+1)^3}=$	**2p**
	$=\frac{n^3+2n^2}{n^3+3n^2+3n+1}<1$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**
b)	$\frac{n+1}{n^2}>0\Rightarrow a_n>0$, pentru orice număr natural nenul n	**2p**
	$\frac{n+1}{n^2}\leq\frac{n+n}{n^2}=\frac{2}{n}\leq 2\Rightarrow a_n\leq 2$, pentru orice număr natural nenul n, deci $(a_n)_{n\geq 1}$ mărginit	**3p**
c)	$\lim\limits_{n\to+\infty}(na_n)^{\sqrt{n^2+2}}=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{\sqrt{n^2+2}}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right)^{\frac{\sqrt{n^2+2}}{n}}=e^1=e$	**3p**
2.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-b}{2x+1}=\frac{1}{2}$	**3p**
	Ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f este $y=\frac{1}{2}$	**2p**
b)	f este continuă pe $(-\infty,2)$ şi pe $(2,+\infty)$, pentru orice numere reale a şi b	**2p**
	f este continuă în $x=2$, deci $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}}f(x)=f(2)\Rightarrow a=-4,\ b=2$	**3p**
c)	$(7\cdot f(x)-1)(2^x-16)=0\Rightarrow x=3$ sau $x=4$	**2p**
	f este continuă pe $(2,+\infty)\Rightarrow$ mulţimea soluţiilor inecuaţiei este $[3,4]$	**3p**

SUBIECTUL I –simulare 2014 st. naturii Clasa a XI-a

5p	1. Determinați numărul real x știind că numerele 4, 36 și x sunt în progresie geometrică.
5p	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $(f\circ f)(x)=x$ pentru orice număr real x.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{-x+2}=\sqrt{3}$.
5p	4. Determinați numărul submulțimilor cu cel mult 3 elemente ale mulțimii $M=\{1,2,3,4\}$.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(2,-3)$ și dreapta $d:2x+y-5=0$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d.
5p	6. Calculați $\sin 2x$, știind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x=\frac{3\sqrt{5}}{7}$.

BAREM SUBIECTUL I - 2014 Clasa a XI-a st. naturi

1.	$m+8=4-2$	**2p**
	$m=-6$	**3p**
2.	$x^2-3x+2=2\Rightarrow x^2-3x=0$	**3p**
	$x_1=0,\ x_2=3$	**2p**
3.	$2^{3x}=2^{x-2}$	**2p**
	$x=-1$	**3p**
4.	$\frac{5}{100}\cdot x=3000$, unde x este profitul anual al firmei	**2p**
	$x=60000$ de lei	**3p**
5.	$A(a,2)\in d\Rightarrow a-2\cdot 2+1=0$	**2p**
	$a=3$	**3p**
6.	$BC=5$	**3p**
	$\sin B=\frac{AC}{BC}=\frac{4}{5}$	**2p**

SUBIECTUL II –simulare 2014 st. naturi Clasa a XI-a

	1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(0,2)$, $B(3,5)$ şi $C(6,8)$.
5p	a) Determinaţi ecuaţia dreptei AC.
5p	b) Verificaţi dacă punctele A, B şi C sunt coliniare.
5p	c) Demonstraţi că aria triunghiului AOB este egală cu aria triunghiului BOC.
	2. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.
5p	a) Calculaţi $2A+2B$.
5p	b) Arătaţi că $(A-B)\cdot(B-A)=-8I_2$.
5p	c) Determinaţi matricea $X=\begin{pmatrix}a & b\\ 1 & 3\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $A\cdot X=X\cdot B$.

BAREM SUBIECTUL II - 2014 Clasa a XI-a st. naturi

1.a)	$d=4+16+3-12-8-2=$ $=23-22=1$	**3p** **2p**
b)	$D(a)=\begin{vmatrix}4-a & a-1\\ a+1 & 4-a\end{vmatrix}=(4-a)^2-(a-1)(a+1)=16-8a+a^2-a^2+1=17-8a$ $1=17-8a \Leftrightarrow a=2$	**3p** **2p**
c)	$\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 4 & 1\\ 3 & m & 1\end{vmatrix}=m-7$ $\lvert m-7\rvert=1 \Rightarrow m=6$ sau $m=8$	**2p** **3p**
2.a)	$A(2)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(-2)=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ $A(2)+A(-2)=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 4 & 2\end{pmatrix}$	**2p** **3p**
b)	$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\ 5\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}p+2q\\ 2p+q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\ 5\end{pmatrix}$ $p=2$ şi $q=1$	**3p** **2p**
c)	$\det(A(x))=1-2x$ $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow 1-2x$ este număr impar $\Rightarrow 1-2x\neq 0\Rightarrow \det(A(x))\neq 0\Rightarrow$ matricea $A(x)$ este inversabilă pentru orice număr întreg x	**2p** **3p**

SUBIECTUL III –simulare 2014 st. naturi Clasa a XI-a

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\frac{x}{x+e}$.
5p	**a)** Calculați $\lim\limits_{x\to e} f(x)$.
5p	**b)** Arătați că dreapta de ecuație $x=0$ este asimptotă verticală la graficul funcției f.
5p	**c)** Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x-6, & x\le 2 \\ x^2-a, & x>2 \end{cases}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Determinați numărul real a știind că funcția f este continuă în punctul $x=2$.
5p	**b)** Pentru $a=8$, rezolvați ecuația $f(x)=0$.
5p	**c)** Pentru $a=8$, stabiliți semnul funcției f.

BAREM SUBIECTUL III - 2014 Clasa a XI-a st. naturi

1.a)	$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x}{x^2+1}=\frac{1}{1^2+1}=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{x^2}}=1$	**2p**
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x^2+1}=0$	**3p**
	Ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f este $y=0$	**2p**
2.a)	$f(1)=-1$	**2p**
	$f(3)=1\Rightarrow f(1)\cdot f(3)=-1$	**3p**
b)	$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}}(x-2)=0$	**2p**
	$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\left(x^2-4x+4\right)=0$	**2p**
	$f(2)=0\Rightarrow f$ este continuă în punctul $x=2$	**1p**
c)	$f(x)=0\Rightarrow x=2$	**1p**
	f continuă pe $\mathbb{R}\Rightarrow f$ are semn constant pe $(-\infty,2)$ și pe $(2,+\infty)$	**2p**
	$f(1)\cdot f(3)<0\Rightarrow f(a)\cdot f(b)<0$ pentru orice $a<2$ și $b>2$	**2p**

SUBIECTUL I –simulare 2015 mat-inf. Clasa a XI-a

5p	**1.** Determinați numărul real x pentru care numerele 5, $2x+3$, $2x+7$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
5p	**2.** Arătați că, pentru orice număr real m, graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+(m-1)x-m$ intersectează axa Ox.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2-x}=2x-1$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice relația $5^{n-1}>(n+1)!$.
5p	**5.** Determinați numerele reale a și b, știind că, în reperul cartezian xOy, punctul de intersecție a dreptelor $x+(2a+1)y-4=0$ și $3x+by-8=0$ este $M(a,-2)$.
5p	**6.** Arătați că $\frac{\sin 2x}{1+\cos 2x}=\operatorname{tg} x$, pentru orice număr real $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

BAREM SUBIECTUL I - 2015 Clasa a XI-a mat-inf.

1.	$2(2x+3)=5+(2x+7)$ $x=3$	**2p** **3p**
2.	$\Delta=(m-1)^2+4m=$ $=(m+1)^2\geq 0$, deci, pentru orice număr real m, graficul funcției f intersectează axa Ox	**2p** **3p**
3.	$2-x=(2x-1)^2 \Leftrightarrow 4x^2-3x-1=0$ $x_1=-\frac{1}{4}$, care nu verifică ecuația, și $x_2=1$, care verifică ecuația	**2p** **3p**
4.	Elementele mulțimii $\{1,2,3,4,5\}$ care verifică relația $5^{n-1}>(n+1)!$ sunt 3 și 4, deci sunt 2 cazuri favorabile Mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$ are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri posibile $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{2}{5}$	**2p** **1p** **2p**
5.	$a+(2a+1)\cdot(-2)-4=0 \Leftrightarrow a=-2$ $3\cdot(-2)+b\cdot(-2)-8=0 \Leftrightarrow b=-7$	**3p** **2p**
6.	$\sin 2x=2\sin x\cos x$ $1+\cos 2x=2\cos^2 x \Rightarrow \frac{2\sin x\cos x}{2\cos^2 x}=\frac{\sin x}{\cos x}=\operatorname{tg} x$	**2p** **3p**

SUBIECTUL II –simulare 2015 mat-inf. Clasa a XI-a

	1. Se consideră determinantul $D(x,y)=\begin{vmatrix}1 & x & \frac{1}{x}\\ 1 & y & \frac{1}{y}\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale nenule.
5p	**a)** Arătaţi că $D\left(2,\frac{1}{2}\right)=0$.
5p	**b)** Arătaţi că $D(x,y)=-\frac{1}{2xy}(2x-1)(2y-1)(x-y)$, pentru orice numere reale nenule x şi y.
5p	**c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $D(\log_2 x,\, 2)=0$.
	2. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 2 & a\\ a & 1 & 2\\ 2 & a & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătaţi că $2A(1)-A(-1)=A(3)$.
5p	**b)** Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A(a)+bI_3=2(A(1)-I_3)(A(1)-I_3)$.
5p	**c)** Arătaţi că matricea $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr natural n.

BAREM SUBIECTUL II - 2015 Clasa a XI-a mat-inf.

1.a)	$D\left(2,\frac{1}{2}\right)=\begin{vmatrix}1 & 2 & \frac{1}{2}\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0$, deoarece determinantul are două linii egale	**3p**
b)	$D(x,y)=\begin{vmatrix}0 & x-\frac{1}{2} & \frac{1}{x}-2\\ 0 & y-\frac{1}{2} & \frac{1}{y}-2\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{y}-2\right)-\left(y-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x}-2\right)=-\frac{1}{2xy}(2x-1)(2y-1)(x-y)$	**3p**
c)	$(2\log_2 x-1)(2\cdot 2-1)(\log_2 x-2)=0$	**3p**
	$x=\sqrt{2}$ sau $x=4$, care verifică ecuaţia	**2p**
2.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $A(-1)=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ -1 & 1 & 2\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}$	**2p**
	$2A(1)-A(-1)=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 2\\ 2 & 3 & 1\end{pmatrix}=A(3)$	**3p**
b)	$A(a)+bI_2=\begin{pmatrix}1+b & 2 & a\\ a & 1+b & 2\\ 2 & a & 1+b\end{pmatrix}$, $A(1)-I_3=\begin{pmatrix}0 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 2\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $(A(1)-I_3)(A(1)-I_3)=\begin{pmatrix}4 & 1 & 4\\ 4 & 4 & 1\\ 1 & 4 & 4\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}1+b & 2 & a\\ a & 1+b & 2\\ 2 & a & 1+b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 2 & 8\\ 8 & 8 & 2\\ 2 & 8 & 8\end{pmatrix}\Leftrightarrow a=8,\ b=7$	**2p**
c)	$\det(A(n))=\begin{vmatrix}1 & 2 & n\\ n & 1 & 2\\ 2 & n & 1\end{vmatrix}=(n+3)(n^2-3n+3)$	**3p**
	Ecuaţia $\det(A(n))=0$ nu are soluţii în mulţimea numerelor naturale, deci matricea $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr natural n	**2p**

SUBIECTUL III –simulare 2015 mat-inf. Clasa a XI-a

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\frac{x+1}{x}$ și șirul de numere reale $(a_n)_{n\ge 1}$, $a_n=f(1)+f(2)+...+f(n)$.
5p	**a)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**b)** Arătați că șirul $(a_n)_{n\ge 1}$ este crescător.
5p	**c)** Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty}(2n+1)(a_n-\ln n)$.

	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x+a+1, & x\le 1\\ x^2+a^2x, & x>1\end{cases}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Determinați numerele reale a pentru care funcția f este continuă în $x=1$.
5p	**b)** Pentru $a=2$, calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{f(x)}-\sqrt{f(x)+x}\right)$.
5p	**c)** Pentru $a=-1$, arătați că ecuația $f(x)+2^x=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1,0]$.

BAREM SUBIECTUL III - 2015 Clasa a XI-a mat-inf

1.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\frac{x+1}{x}=0$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p**
b)	$a_{n+1}-a_n=f(n+1)=$	**2p**
	$=\ln\left(1+\frac{1}{n+1}\right)>0$, pentru orice număr natural nenul n, deci șirul $(a_n)_{n\ge 1}$ este crescător	**3p**
c)	$a_n=\ln\frac{2}{1}+\ln\frac{3}{2}+...+\ln\frac{n+1}{n}=\ln\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot...\cdot\frac{n+1}{n}\right)=\ln(n+1)$	**2p**
	$\lim\limits_{n\to+\infty}(2n+1)(\ln(n+1)-\ln n)=\lim\limits_{n\to+\infty}\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)^{2n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}\ln\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right)^{\frac{2n+1}{n}}=\ln e^2=2$	**3p**
2.a)	f este continuă în $x=1\Rightarrow\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)=f(1)$	**2p**
	$a+3=1+a^2\Leftrightarrow a^2-a-2=0\Leftrightarrow a_1=-1$ și $a_2=2$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+4x+x}\right)=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x}{\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+5x}}=-\frac{1}{2}$	**3p**
c)	$g:[-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)+2^x=2x+2^x$	**2p**
	Cum g este continuă pe $[-1,0]$, $g(-1)=-\frac{3}{2}<0$ și $g(0)=1>0$, ecuația $f(x)+2^x=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1,0]$	**3p**

SUBIECTUL I –simulare 2015 st. naturii Clasa a XI-a

5p	1. Calculați a_{2015}, știind că $(a_n)_{n\geq 1}$ este progresie aritmetică cu $a_1 = 2015$ și $r = -1$.
5p	2. Determinați numărul real m, știind că punctul $A(2,-3)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (2m+1)x + 3$.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$.
5p	4. Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu 2 elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, ..., 9\}$, aceasta să fie formată doar din pătrate perfecte.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,-2)$ și $C(1,2)$. Determinați coordonatele punctului B, știind că patrulaterul $OABC$ este paralelogram.
5p	6. Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 3\sqrt{3}$ și $BD = 6$. Calculați aria triunghiului ABC.

BAREM SUBIECTUL I - 2015 Clasa a XI-a st. naturii

1.	$a_{2015} = 2015 + 2014\cdot(-1) =$ $= 1$	3p 2p
2.	$f(2) = -3 \Leftrightarrow -4m + 5 = -3$ $m = 2$	3p 2p
3.	$x+1-2\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1}+x-1=2 \Leftrightarrow x-1=\sqrt{x^2-1}$ $x=1$, care verifică ecuația	3p 2p
4.	Sunt 3 pătrate perfecte în mulțime, deci sunt $C_3^2 = 3$ cazuri favorabile Sunt $C_9^2 = 36$ de cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$	2p 1p 2p
5.	Diagonalele paralelogramului $OABC$ se înjumătățesc, deci $x_A + x_C = x_O + x_B \Rightarrow x_B = 6$ $y_A + y_C = y_O + y_B \Rightarrow y_B = 0$	3p 2p
6.	$AD = 3$ $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{3\cdot 3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL II –simulare 2015 st. naturii Clasa a XI-a

	1. Se consideră determinantul $D(x)=\begin{vmatrix}1 & x & 4\\ 2 & x-1 & 7-x\\ 1 & -2 & x^2\end{vmatrix}$, unde x este număr real.
5p	a) Calculaţi $D(1)$.
5p	b) Arătaţi că $D(x)=-(x-1)(x+1)(x+2)$, pentru orice număr real x.
5p	c) Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $D\left(2^x-3\right)=0$.
	2. Se consideră matricea $X(a)=\begin{pmatrix}1+3a & -6a\\ a & 1-2a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	a) Arătaţi că $X(-1)+X(1)=2X(0)$.
5p	b) Arătaţi că $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a şi b.
5p	c) Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ este inversabilă.

BAREM SUBIECTUL II - 2015 Clasa a XI-a st. naturii

1.a)	$D(1)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 4\\ 2 & 0 & 6\\ 1 & -2 & 1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0-16+6-0-2+12=0$	**3p**
b)	$D(x)=\begin{vmatrix}1 & x & 4\\ 0 & -1-x & -1-x\\ 0 & -2-x & x^2-4\end{vmatrix}=-(x+1)(x+2)\begin{vmatrix}1 & x & 4\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & -1 & x-2\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=-(x+1)(x+2)\begin{vmatrix}1 & 1\\ -1 & x-2\end{vmatrix}=-(x-1)(x+1)(x+2)$, pentru orice număr real x	**2p**
c)	$\left(2^x-4\right)\left(2^x-2\right)\left(2^x-1\right)=0$	**2p**
	$x_1=0$, $x_2=1$ şi $x_3=2$	**3p**
2.a)	$X(-1)=\begin{pmatrix}-2 & 6\\ -1 & 3\end{pmatrix}$, $X(1)=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, $X(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	**3p**
	$X(-1)+X(1)=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}=2X(0)$	**2p**
b)	$X(a)\cdot X(b)=\begin{pmatrix}1+3a & -6a\\ a & 1-2a\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1+3b & -6b\\ b & 1-2b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+3a+3b+3ab & -6a-6b-6ab\\ a+b+ab & 1-2a-2b-2ab\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1+3(a+b+ab) & -6(a+b+ab)\\ a+b+ab & 1-2(a+b+ab)\end{pmatrix}=X(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a şi b	**2p**
c)	$\det\left(X(a)\right)=1+a$	**2p**
	$\det\left(X(a)\right)=0\Leftrightarrow a=-1$, deci matricea $X(a)$ este inversabilă pentru $a\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	**3p**

SUBIECTUL III –simulare 2015 st. naturii Clasa a XI-a

	1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$.
5p	a) Arătați că dreapta de ecuație $x=1$ este asimptotă verticală la graficul funcției f.
5p	b) Calculați $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-4}{x-2}$.
5p	c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} e^{x+1}-3, & x\le -1 \\ 2x^3+(a-3)x-4, & x>-1 \end{cases}$, unde a este număr real.
5p	a) Determinați numărul real a pentru care funcția f este continuă în $x=-1$.
5p	b) Arătați că $f(x)+2\le 0$, pentru orice $x\le -1$.
5p	c) Pentru $a=-1$, arătați că ecuația $f(x)=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[0,2]$.

BAREM SUBIECTUL III - 2015 Clasa a XI-a st. naturii

1.a)	$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\dfrac{x^2}{x-1}=$	**2p**
	$=+\infty$, deci dreapta de ecuație $x=1$ este asimptotă verticală la graficul funcției f	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4x+4}{(x-1)(x-2)}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)^2}{(x-1)(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x-1}=0$	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to +\infty}(f(x)-x)=1$, deci dreapta de ecuație $y=x+1$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p**
2.a)	f este continuă în $x=-1 \Leftrightarrow \lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} f(x)=f(-1)$	**2p**
	$-2=-2-a+3-4 \Leftrightarrow a=-1$	**3p**
b)	$x\le -1 \Rightarrow x+1\le 0 \Rightarrow e^{x+1}\le e^0$	**2p**
	$e^{x+1}-3\le 1-3 \Rightarrow f(x)\le -2 \Rightarrow f(x)+2\le 0$, pentru orice $x\le -1$	**3p**
c)	$f(x)=2x^3-4x-4$, $f(0)=-4$ și $f(2)=4$	**3p**
	Cum f este continuă pe $[0,2]$ și $f(0)\cdot f(2)<0$, ecuația $f(x)=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[0,2]$	**2p**