

TEST

pentru imbunatatirea performantelor scolare a elevilor de clasa VIII-a

Subiectul I (36 puncte)

1. Un cerc inscris intr-un patrat EFGH cu latura de 10 hm, atinge laturile patratului in punctele A, B, C, D, astfel incat $A \in [HE]$, $B \in [EF]$, $C \in [GF]$, $D \in [HG]$. Fie $[HF] \cap [EG] = \{O\}$, $[HD] \cap [DE] = \{M\}$, $[DF] \cap [BG] = \{N\}$, $[HO] \cap [DM] = \{M_1\}$, $[EO] \cap [MB] = \{M_2\}$, $[DN] \cap [OG] = \{N_1\}$, $[BN] \cap [OF] = \{N_2\}$.

Parcurgand cercul in sens invers acelor de ceasornic, incepand din punctual A, intalnim in ordine, punctele rezultate din intersectia cercului cu segmentele [ME], [M₂E], [N₂F], [NF], [NG], [N₁G], [M₁H], [MH] pe care le notam cu A₁, A₂, B₁, B₂, C₁, C₂, D₁ si D₂. . Pe suprafata de teren ocupata de triunghiurile HMO, EMO, FNO si GNO se seamana gazon, pe suprafetele ocupate de triunghiurile HOG si EOF se seamana grau, iar pe suprafetele ocupate de triunghiurile HME si GNF se seamana lucerna.

a) Determinati procentul ocupat de gazon din suprafata semanata. (3p)

- b) Calculati probabilitatea ca, alegand un tringhi dreptunghic de ipotenuza AC, din multimea triunghiurilor dreptunghice circumscrise cercului, acesta sa fie isoscel. (3p)
- c) Demonstrati ca triunghiurile EDG si FHD sunt congruente. (3p)
2. Se da triunghiul dreptunghic ABC avand $m(\angle BAC)=90^\circ$, $AC = 16$ cm si $BC=20$ cm. (3p)

Stiind ca E, F, D sunt varfurile triunghiurilor isoscele AFB, AEC, si BDC, construite astfel incat $m(\angle AFB)= m(\angle AEC)= m(\angle BDC)= 90^\circ$, determinati aria poligonului BDCEF. (3p)

3. Se considera multimea $A = \{(x_n, y_n, z_n) \mid x_n = 3a, y_n = 4a, z_n = 5a, 0 < a < 4, a \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}^*\}$

a) Determinati elementele multimii A. (3p)

b) Aratati ca elementele multimii A verifica relatia $x_n \cdot y_n = [(x_n + y_n)^2 - z_n^2] : 2$. (3p)

c) Determinati elementele multimii $B = \{s_n \mid s_n = (x_n \cdot y_n) : 2, x_n, y_n \in A\}$, a ariilor triunghiurilor dreptunghice ce se pot forma cu elementele multimii A. (3p)

- d) Determinati elementele multimii $C = \{p_n = x_n + y_n + z_n \mid x_n, y_n, z_n \in A, n \in \mathbb{N}^*\}$, a perimetrelor trunghiurilor dreptunghice ce se pot forma cu elementele multimii A. (3p)
- e) Determinati elementele multimii $D = \{q_n = p_n : 2 \mid p_n \in C, n \in \mathbb{N}^*\}$. (3p)
- f) Determinati elementele multimii $E = B \cup D$. (3p)
- g) Determinati elementele multimii $F = B \cap D$. (3p)
- h) Determinati probabilitatea ca, alegand un element din multimea E, acesta sa fie si element al multimii B. (3p)

Subiectul II (54 puncte)

- 4. Se considera cubul ABCDEFGH cu latura de 10 cm. Punctele de intersectie ale diagonalelor fetelor cubului formeaza cu varfurile situate pe fetele opuse, sase piramide patrulatere regulate: O_1EFGH , O_2ABCD , O_3DCGH , O_4ABEF , O_5BCGF , O_6ADHE**
- a) Desenati cubul ABCDEFGH si fixati pe desen punctele O_1 , O_2 , O_3 , O_4 , O_5 , O_6 . (3p)**
- b) Aratati ca volumul cubului ABCDEFGH este de 3 ori mai mare decat volumul piramidei O_6ADHE . (3p)**
- c) Calculati distanta de la punctual F la diagonala AC a cubului ABCDEFGH. (3p)**

- d) Calculati volumul paralelipipedului dreptunghic obtinut prin insumarea volumelor celor 6 piramide. (3p)
- e) Calculati diagonala paralelipipedului dreptunghic $A_1A_2 A_3 A_4 B_1B_2 B_3 B_4$ a carui volum este egal cu dublul volumului cubului ABCDEFGH si cu suma volumelor celor 6 piramide. (3p)
- f) Aratati ca suma volumelor piramidelor O_1EFGH , O_2ABCD , O_3DCGH reprezinta 50% din volumul paralelipipedului $A_1A_2 A_3 A_4 B_1B_2 B_3 B_4$. (3p)
- g) Calculati apotema O_2M ($M \in BC$) si muchia O_2C a piramidei O_2BCGF . (3p)
- h) Determinati sinusul unghiului format de drepele O_2C si AD . (3p)

- i) Determinati distanta de la varful B_3 la diagonala A_2A_4 a paralelipipedului dreptunghic.
- j) Calculati aria totala a piramidei patrulatere regulate $O_1 O_3 O_5 O_4. O_6$. (3p)
- k) Determinati masura unghiului diedru format de planele (O_3O_4HE) si (O_3O_4AD) (5p)
- l) Demonstrati ca dreapta O_3O_4 este paralela cu planul EHO_2 . (3p)
- m) Determinati lungimea dreptelor rezultata din intersectia planului (AHC) cu fetele cubului $ABCDEFGH$. (3p)
- n) Determinati masura unghiului dintre dreptele AO_7 si AO_1 . (3p)

- o) Demonstrati ca dreapta rezultata din intersectia planelor (AHC) si (EDB) este linie mijlocie pentru triunghiurile ACH si EDB. (3p)**
- p) Demonstrati ca dreapta O_2H este paralela cu planul(AHC) . (3p)**
- q) Determinati $(O_2BC) \cap (O_2AD) \cap (O_2AB) \cap (O_2DC)$. (3p)**
- r) Determinati cate procente din volumul cubului reprezinta volumul prismei triunghiulare ADO_1EHO_2 . (3p)**

Total 90 de puncte. Se acorda 10 puncte din oficiu.

(Autor: Gh. IACOB)