



SIMULAREA JUDEȚEANĂ A EXAMENULUI DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2016

Proba E.c) M_tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Subiectul I

(30 puncte)

- 5p 1. Să se determine produsul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 2x + 5 \geq 3x - 1\}$.
- 5p 2. Să se demonstreze că $\sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{10}$
- 5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2-3x} = \frac{1}{4}$.
- 5p 4. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$, unde $a_2 = 2$ și $r = 3$. Să se calculeze suma primilor 13 termeni ai progresiei aritmetice.
- 5p 5. În reperul cartezian XOY se consideră punctele A(-2,0), B(0,4) și C(3,0). Calculați aria triunghiului ABC.
- 5p 6. Să se calculeze $\sin 2x$, știind că $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ și $\cos x = \frac{8}{17}$.

Subiectul al II-lea

(30 puncte)

1. Fie $m \in \mathbb{R}$, sistemul de ecuații liniare
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ mx + my + z = 2 \\ x + my + mz = 3 \end{cases}$$
 și $A(m)$ matricea asociată sistemului.
- 5p a) Să se determine $m \in \mathbb{R}$, pentru care matricea $A(m)$ este inversabilă.
- 5p b) Pentru $m=0$, calculați $A^2(m)$, unde $A^2 = A \cdot A$.
- 5p c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul de ecuații liniare, pentru $m = 2$.
2. Fie mulțimea $G = (2, \infty)$ și legea de compoziție definită prin $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$, pentru orice $x, y \in G$.
- 5p a) Calculați $3 \circ 4$.
- 5p b) Arătați că $x \circ y = (x - 2)(y - 2) + 2$ pentru orice $x, y \in G$.
- 5p c) Rezolvați ecuația $x \circ x \circ x = 29$ în mulțimea G .

Subiectul al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^4 - 2x^2$.
- 5p a) Să se calculeze $f'(x), x \in (1, \infty)$.
- 5p b) Să se arate că funcția f este crescătoare pe $(1, \infty)$.
- 5p c) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=3$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcțiile $f, g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f(x) = x(1 + e^x)$ și
$$g(x) = \frac{x^2}{2} + e^x(x - 1).$$
- 5p a) Să se arate că funcția f admite primitive pe $(0, \infty)$.
- 5p b) Să se arate că g este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Pentru $x \in (0, \infty)$ să se calculeze $\int x f(x) dx$.



BAREM DE EVALUARE

Subiectul I

(30 puncte)

1.	Inecuația devine $x \leq 6$	2p
	$x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	2p
	Rezultat 120	1p
2.	Prin ridicare la pătrat se obține $2\sqrt{6} < 5$	3p
	Echivalent $24 < 25$	2p
3.	$2^{x^2-3x} = 2^{-2}$	2p
	$x^2 - 3x + 2 = 0$	1p
	$x = 1$	1p
	$x = 2$	1p
4.	$a_n = a_1 + (n-1)r$	1p
	$S_n = \frac{(2a_1 + (n-1)r) \cdot n}{2}$	1p
	$a_1 = a_2 - r = -1$	1p
	$S_{13} = \frac{(2a_1 + (13-1)r) \cdot 13}{2} = 221$	2p
5.	$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \Delta = \frac{b \cdot h}{2}$ Unde $b=AC=5$ și $h=OB=4$	3p
	$A_{ABC} = 10$	2p
6.	$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	2p
	$\sin^2 x = \frac{225}{289}$	1p
	$\sin x = \frac{15}{17}$	1p
	$\sin 2x = \frac{240}{289}$	1p

Subiectul II

(30 puncte)

1. a)	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m & 1 \\ 1 & m & m \end{pmatrix}$, $\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m & 1 \\ 1 & m & m \end{vmatrix} = m^2 - 2m + 1$	3p
	$m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 1$	2p
b)	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	2p
	$A^2(0) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	3p



c)	Pentru $m = 2$ se obține $A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ cu $d = \det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$, deci $\text{rang}(A) = 3$	2p
	Sistemul este de tip Cramer și are soluția $\left(x = \frac{d_x}{d}, y = \frac{d_y}{d}, z = \frac{d_z}{d}\right)$, unde $d_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -1$, $d_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 2$, $d_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$, deci soluția este $(x, y, z) = (-1, 2, 0)$	3p
2. a)	$3 \circ 4 = 4$	5p
b)	$x \circ y = x(x-2) - 2(y-2) + 2$	4p
	Finalizare	1p
c)	$x \circ x \circ x = (x-2)^3 + 2$	2p
	$(x-2)^3 + 2 = 29$	1p
	$x=5$	2p

Subiectul III

(30 puncte)

1.a)	$f'(x) = 4x^3 - 4x$	5p
b)	$f'(x) = 4x^3 - 4x = 0$ $f'(x) = 0$ cu soluțiile $x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = 1$. $f'(x) > 0$ pentru orice $x > 1$	1p 2p 2p
	Ecuția tangentei la grafic $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ $y = 96x - 225$	2p 3p
2. a)	f este funcție continuă pe $(0, \infty)$. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0), (\forall) x_0 \in (0, \infty)$	3p 2p
b)	$g'(x) = \frac{2x}{2} + e^x + e^x(x-1) = f(x), x \in (0, \infty)$	5p
c)	$\int x^2(e^x + 1)dx = \int (x^2e^x + e^x)dx$ $\int (x^2e^x + x^2)dx = \int x^2e^x dx + \int x^2 dx$	1p 1p
	$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + c$	1p
	$\int x^2(e^x + 1)dx = e^x(x^2 - 2x + 2) + \frac{x^3}{3} + c$	2p