SIMULAREA JUDEȚEANĂ A EXAMENULUI DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2016
Proba E.c) M_pedagogic

- **Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.**
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

Subiectul I *(30 puncte)*

5p 1. Arătați că $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{9\cdot 10}=0{,}9$.

5p 2. Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică cu $a_3+a_4+a_5+a_6=108$. Calculați suma primilor 8 de termeni ai progresiei aritmetice.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația $x^2+x\leq -x+8$.

5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{log_3 n / n\in \mathbb{N}^*,\ n\leq 100\}$, acesta să fie număr rațional.

5p 5. În sistemul de coordonate cartezian xOy se consideră punctele de coordonate A(-3,0), B(0,4), C(3,0) și D(0,-4). Precizați valoarea de adevăr a propoziției: ”Patrulaterul ABCD are aria suprafeței egală cu 24”.

5p 6. Determinați cosinusul unghiului corespunzător celei mai mici laturi, ale unui triunghi cu lungimile laturilor egale cu 8, 15, respectiv 17.

Subiectul al II-lea *(30 puncte)*

Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție $x*y=xy+x+y$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

5p 1. Să se demonstreze că legea ” $*$ ” este asociativă.

5p 2. Să se calculeze $(-2)*(-1)*0$.

5p 3. Determinați elementul neutru al legii de compoziție ” $*$ ”.

5p 4. Să se arate că legea de compoziție este comutativă.

5p 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x-4)*(x-3)=11$.

5p 6. Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi sistemul: $\begin{cases}(x-y)*2=11\\(x+y)*1=31\end{cases}$.

Subiectul al III-lea *(30 puncte)*

Fie matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 4\\1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\2 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$

5p 1. Arătați că $detA=-1$.

5p 2. Calculați suma elementelor matricei $C=A\cdot B$.

5p 3. Determinați inversa matricei A+I_2.

5p 4. Rezolvați în $M_2(\mathbb{Z})$ ecuația A·X=B.

5p 5. Să se determine $x\in\mathbb{Z}\ a.î.\ A=xI_2+A^{-1}$.

5p 6. Determinați numărul matricelor pătratice de forma $Y=\begin{pmatrix}a & b\\c & a\end{pmatrix}$, unde $a,b,c\in\{0,1,2,3,4\}$.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
Fax: +4 (0) 254215034, +4 (0) 254220911
inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

BAREM DE EVALUARE

Subiectul I **(30 puncte)**

1.	$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{9\cdot 10}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+...+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}$	3p
	$=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}=0,9$.	2p
2.	$a_n=a_1+(n-1)r$ $a_3+a_4+a_5+a_6=4a_1+14r=108$	2p
	$S_n=\frac{(2a_1+(n-1)r)\cdot n}{2}=\frac{(2a_1+7r)\cdot 8}{2}$	2p
	$S_n=216$	1p
3.	Inecuația devine $x^2+2x-8\le 0$	1p
	$x^2+2x-8=0$ de unde $x_1=-4, x_2=2$	1p
	$x\in\{-4,-3,-2,-1,0,1,2\}$	2p
4.	$\log_3 n=k\in\mathbb{Q}\Rightarrow n=3^k$	1p
	$n\le 100\Rightarrow k\in\{0,1,2,3,4\}$	2p
	$P=\frac{nr.\,cazuri\ favorabile}{nr.\,cazuri\ posibile}=\frac{5}{100}$	2p
5.	ABCD este romb, $AC\perp BD, AO=OC, OB=OD$	2p
	$A_{ABCD}=\frac{AC\cdot BD}{2}$	1p
	$A_{ABCD}=\frac{6\cdot 8}{2}=24$. Propoziție adevărată.	2p
6.	Avem $BC^2=AB^2+AC^2-2\cdot AB\cdot AC\cdot\cos A$, de unde $\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}$, BC fiind latura lungimea cea mai mică. (ABC triunghi dreptunghic, verificare reciproca Teoremei lui Pitagora)	3p
	$\cos A=\frac{15}{17}$.	2p

Subiectul II **(30 puncte)**

1.	Asociativitate $(\forall)x,y,z\in\mathbb{R}\Rightarrow x*(y*z)=(x*y)*z$	2p
	Efectuarea calculelor Verificarea egalității	2p 1p
2.	Folosind asociativitatea se calculează $(-2)*(-1)=2-2-1=-1$ $(-1)*0=0+0-1=-1$	1p 2p 1p
3.	Element neutru: $(\exists)e\in\mathbb{R}\ a.î.(\forall)x\in\mathbb{R}: e*x=x*e=x$. $\left.\begin{array}{r} e*x=ex+e+x=xe+x+e=x\Leftrightarrow e(x-1)=0 \\ 1*0=0*1=1\end{array}\right\}\Rightarrow e=0\in\mathbb{R}$	3p 2p
4.	Comutativitatea $(\forall)x,y\in\mathbb{R}\Rightarrow x*y=y*x$ $y*x=yx+y+x$ Verificarea egalității	2p 2p 1p

5.	$(x-4)*(x-3)=(x-4)(x-3)+x-4+x-3=x^2-5x+5$	2p
	$x^2-5x-6=0$	1p
	Soluțiile ecuației $x_1=6, x_2=-1$	2p
6.	$(x-y)*2=2(x-y)+x-y+2=3x-3y+2=11$ $(x+y)*1=(x+y)+x+y+1=2x+2y+1=31$	2p
	$\begin{cases} x-y=3 \\ x+y=15 \end{cases}$	1p
	x=6 și y=9	2p

Subiectul III **(30 puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=3\cdot 1-4\cdot 1=-1$	5p
2.	$A\cdot B=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$	4p
	Suma elementelor egală cu 15.	1p
3.	$A+I_2=\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	1p
	$\det(A+I_2)=4\neq 0 \Rightarrow$ matricea $A+I_2$ este inversabilă	1p
	$(A+I_2)^{-1}=\frac{1}{\det(A+I_2)}\cdot(A+I_2)^*$	1p
	$(A+I_2)^{-1}=\frac{1}{4}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$	2p
4.	A·X=B, $\det A\neq 0 \Rightarrow X=A^{-1}\cdot B$	2p
	$A^{-1}=\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ $X=A^{-1}\cdot B=\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$	1p 2p
5.	Înlocuire în ecuație. $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}=x\cdot I_2+\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\Rightarrow x\cdot I_2=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$	3p
	$x=4\in\mathbb{Z}$	2p
6.	Elementele a,b,c pot lua fiecare 5 valori.	3p
	Numărul matricelor de forma dată este de 125.	2p