

Simulare, Bacalaureat, 9 decembrie 2015
Proba E.c)
Matematică M_{șt-nat}

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $i^6 + \lg 1000 = 25^{\frac{1}{2}} + \sqrt[3]{-27}$. |
| 5p | 2. Determinați toate numerele întregi a care verifică inegalitatea $a^2 + a - 12 < 0$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_x(6x - 5) = 2$. |
| 5p | 4. Determinați $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ are exact 10 submulțimi cu două elemente. |
| 5p | 5. Demonstrați că vectorii $\vec{v} = a\vec{i} + (a+1)\vec{j}$ și $\vec{w} = (a+1)\vec{i} - a\vec{j}$ sunt ortogonali, oricare ar fi numărul real a . |
| 5p | 6. Fie $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$. Calculați $\sin \alpha$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 7p | 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 8p | a) Determinați inversa matricei $I_2 + A$. |
| 8p | b) Demonstrați că oricare ar fi $X \in M_2(\mathbb{R})$ avem $X^2 \neq A$. |
| 7p | 2. Pe \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = \sqrt[3]{x^3 + y^3 + a}$, $a \in \mathbb{R}$. |
| 8p | a) Determinați numărul real a astfel încât $1 \circ 2 = 3$. |
| 8p | b) Pentru $a = -1$, arătați că \mathbb{R} este grup în raport cu legea „ \circ ”. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 8p | 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$. |
| 7p | a) Studiați monotonia funcției f . |
| 7p | b) Determinați asimptota la $-\infty$ la graficul funcției f . |
| 8p | 2. Se consideră funcțiile $f_n: (2015, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{x^n}{x - 2015}$, $n \in \mathbb{N}$. |
| 7p | a) Calculați $\int f_0(x) dx$ și $\int f_1(x) dx$. |
| 7p | b) Determinați primitivele funcției $g(x) = (x - 2015)f_1(x) \ln x$, $x \in (2015, +\infty)$. |