

Filiera teoretică: profilul real , specializarea matematică-informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se determine $z \in \mathbb{C}$ dacă $z - \bar{z} + |z| = 7$.
- 5p 2. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (5 - m^2)x - 4$ să fie strict crescătoare.
- 5p 3. Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația: $\lg x + \frac{2}{\lg x} = 3$.
- 5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând o cifră x , aceasta să verifice inegalitatea $(x+1)! - x! \leq 90$.
- 5p 5. Fie vectorii \vec{u} și \vec{v} . Dacă $\vec{u} \cdot \vec{v} = 12$, $|\vec{u}| = 3\sqrt{2}$ și $|\vec{v}| = 4$. Să se calculeze $m(\angle(\vec{u}, \vec{v}))$.
- 5p 6. Fie triunghiul ABC cu $AB = 3$ și $AC = 5$ și $m(\angle A) = 60^\circ$. Să se calculeze lungimea medianei din A .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 7p 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 7p a) Să se rezolve în $M_{3,1}(\mathbb{R})$ ecuația matriceală $AX = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- 8p b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea $B = A - mI_3$ să fie inversabilă.
2. Se consideră grupul comutativ $((1, \infty), *)$, unde $x * y = \sqrt{x^2 y^2 - x^2 - y^2 + 2}$, $\forall x, y \in (1, \infty)$.
- 7p a) Să se determine elementul neutru al grupului.
- 8p b) Să se rezolve în $(1, \infty)$ ecuația $x * x = \sqrt{10}$.

SUBIECTUL al III - lea

(30 de puncte)

- 7p 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-3)(x-1)(x+1)$.
- 8p a) Să se studieze intervalele de concavitate și convexitate ale funcției f .
- 8p b) Să se arate că $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 3\}$.
2. Se consideră funcția $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1 - \cos 2x}$.
- 7p a) Să se calculeze $\int \frac{f^2(x)}{\sin 2x} dx$, unde $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- 8p b) Să se determine primitiva $F: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ a lui f dacă $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$.