

Simulare, Bacalaureat, 9 decembrie 2015
Barem de evaluare și notare Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică: profilul real , specializarea matematică-informatică.

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

Subiectul I (30 puncte)	
1. $x + yi - x + yi + \sqrt{x^2 + y^2} = 7, x, y \in \mathbb{R}$	2p
$\sqrt{x^2 + y^2} + 2yi = 7 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 7 \\ 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 7 \\ y = 0 \end{cases}$	2p
$z \in \{-7, 7\}$	1p
2. $5 - m^2 > 0$ $m \in (-\sqrt{5}, \sqrt{5})$	2p
	3p
3. $x > 0, \lg x = t$	1p
$t + \frac{2}{t} = 3, t \neq 0 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow t \in \{1; 2\}$	2p
$x \in \{10, 100\}$	2p
4. $x!(x+1-1) \leq 100 \Rightarrow x! \cdot x \leq 100$ $0! \cdot 0, 1! \cdot 1, 2! \cdot 2, 3! \cdot 3 \leq 90, x! \cdot x > 90, \forall x \in \{4, 5, \dots, 9\}$	2p
$P = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	2p
	1p
5. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v} \cos(\angle(\vec{u}, \vec{v}))$	2p
$\cos(\angle(\vec{u}, \vec{v})) = \frac{12}{3\sqrt{2} \cdot 4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	2p
$m(\angle(\vec{u}, \vec{v})) = 45^\circ$	1p
6. $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$	2p
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow a^2 = 19$	2p
$m_a = \frac{7}{2}$	1p

<p>Subiectul II (30 puncte)</p> <p>1. a) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y+2z=2 \\ 2x+2y+2z=2 \\ 2x+2y+2z=2 \end{cases}$</p> <p>Evident $r(A) = r(\overline{A}) = 1$, deci sistemul obținut este compatibil dublu nedeterminat</p> <p>$\begin{cases} x = 1 - \alpha - \beta \\ y = \alpha \\ z = \beta \end{cases}, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>3p</p>
<p>b) $\det(B) \neq 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2-m & 2 & 2 \\ 2 & 2-m & 2 \\ 2 & 2 & 2-m \end{vmatrix} \neq 0$</p> <p>$L_1+L_2+L_3 \Rightarrow \begin{vmatrix} 6-m & 6-m & 6-m \\ 2 & 2-m & 2 \\ 2 & 2 & 2-m \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow (6-m) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2-m & 2 \\ 2 & 2 & 2-m \end{vmatrix} \neq 0$</p> <p>$\begin{matrix} C_2-C_1 \\ C_3-C_1 \end{matrix} \Rightarrow (6-m) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -m & 0 \\ 2 & 0 & -m \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow (6-m)m^2 \neq 0 \Rightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{6, 0\}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p> <p>3p</p>
<p>2. a) $\exists e \in (1, \infty)$ a.î. $x * e = x, \forall x \in (1, \infty)$</p> <p>$\sqrt{x^2 e^2 - x^2 - e^2 + 2} = x, \forall x \in (1, \infty) \Rightarrow (x^2 - 1)e^2 + 2 = x^2, \forall x \in (1, \infty)$</p> <p>$(x^2 - 1)e^2 + 2(1 - x^2) = 0, \forall x \in (1, \infty) \Rightarrow (x^2 - 1)(e^2 - 2) = 0, \forall x \in (1, \infty)$</p> <p>$e^2 - 2 = 0, e \in (1, \infty) \Rightarrow e = \sqrt{2}$</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
<p>b) $x * x = \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{x^4 - 2x^2 + 2} = \sqrt{10}$</p> <p>$x^4 - 2x^2 + 2 = 10 \Rightarrow x^4 - 2x^2 - 8 = 0$</p> <p>$x^2 = y > 1 \Rightarrow y^2 - 2y - 8 = 0 \Rightarrow y \in \{-2, 4\} \cap (1, \infty)$</p> <p>$x^2 = 4, x > 1 \Rightarrow x = 2$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>

<p>Subiectul III (30 puncte)</p> <p>1. a) $f'(x) = 3x^2 - 6x - 1$</p> <p>$f''(x) = 6x - 6 \Rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow x = 1$</p> <p>Pe intervalul $(-\infty, 1)$, $f''(x) < 0 \Rightarrow f$ este concavă</p> <p>Pe intervalul $(1, \infty)$, $f''(x) > 0 \Rightarrow f$ este convexă</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
<p>b) $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{3x^2 - 6x - 1}{(x-3)(x-1)(x+1)}$</p> <p>$f'(x) = (x-1)(x+1) + (x-3)(x+1) + (x-3)(x-1)$</p> <p>$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 3\}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p> <p>3p</p>
<p>2. a) $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \Rightarrow 1 - \cos 2x = 2\sin^2 x$</p> <p>$\sin 2x = 2\sin x \cos x$</p> <p>$\int \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} dx = \int \frac{2\sin^2 x}{2\sin x \cos x} dx = \int \frac{2\sin^2 x}{2\sin x \cos x} dx = \int \tan x dx = -\ln(\cos x) + C$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>3p</p>
<p>b) $f(x) = \sqrt{2} \sin x = \begin{cases} \sqrt{2} \sin x, & x \in [0, \pi] \\ -\sqrt{2} \sin x, & x \in (\pi, 2\pi] \end{cases}$</p> <p>$F(x) = \begin{cases} -\sqrt{2} \cos x + c_1, & x \in [0, \pi] \\ \sqrt{2} \cos x + c_2, & x \in (\pi, 2\pi] \end{cases}$</p> <p>$F_s(\pi) = F_d(\pi) = F(\pi) \Rightarrow \sqrt{2} + c_1 = -\sqrt{2} + c_2 \Rightarrow \begin{cases} c_2 = 2\sqrt{2} + c \\ c_1 = c \end{cases}, c \in \mathbb{R}$</p> <p>Cum $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow -\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} + c = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow c = 0$</p> <p>$F(x) = \begin{cases} -\sqrt{2} \cos x, & x \in [0, \pi] \\ \sqrt{2} \cos x + 2\sqrt{2}, & x \in (\pi, 2\pi] \end{cases}$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>