



Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Clasa a XII-a

Simulare

3 decembrie 2015

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru 2 ore.

Subiectul I

(30 de puncte)

- (5p) 1. Calculați modulul numărului complex $z=(3+4i)^2$.
- (5p) 2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=x^2-2x$; $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x)=x-2$.
- (5p) 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x+3^{x+2}=30$
- (5p) 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din mulțimea $A=\{0,5,10,15,20,\dots,2015\}$ acesta să fie divizibil cu 5 și să nu fie divizibil cu 10.
- (5p) 5. În reperul cartezian xOy se considera punctele $A(-1,3)$ și $B(2,5)$. Determinați ecuația dreptei paralele cu dreapta AB și care trece prin punctul $P(1,1)$.
- (5p) 6. Să se calculeze $\cos(x+30^\circ) \cdot \cos(60^\circ - x) - \sin(x+30^\circ) \cdot \sin(60^\circ - x)$.

Subiectul II

(30 de puncte)

1. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}(\mathbb{R})$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ și $C = \frac{1}{2}BA$. Arătați că:
- (5p) a) $\det C = 0$
- (5p) b) $C^2 = 5C$
- (5p) c) $C^n = 5^{n-1} \cdot C$, $n \in \mathbb{N}^*$.
2. Fie $G = (-2; 2)$ și legea de compoziție $x * y = \frac{4(x+y)}{4+xy}$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.
- (5p) a) Demonstrați că $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție.
- (5p) b) Demonstrați asociativitatea legii de compoziție.
- (5p) c) Arătați că $f: G \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{4} \ln \frac{2+x}{2-x}$ este un izomorfism între grupurile $(G, *)$ și $(\mathbb{R}, +)$.

Subiectul III

(30 de puncte)

1. Fie funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
- (5p) a) Arătați că $f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$, oricare ar fi $x \in (0, \infty)$.
- (5p) b) Determinați ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției.
- (5p) c) Aflați punctul de pe graficul funcției, în care tangenta la grafic trece prin origine.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + e^x, & x \leq 0 \\ 1 + \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$
- (5p) a) Calculați $\int \sqrt{x} dx$
- (5p) b) Să se arate ca funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- (5p) c) Scrieți primitiva F a lui f care are proprietatea ca $F(1)=1$.