



Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XII-a

Simulare

3 decembrie 2015

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii
Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp de lucru 2 ore.

Subiectul I

(30 de puncte)

- (5p) 1. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ se cunosc $a_3=5$ și $a_6=11$. Calculați termenul a_9 .
- (5p) 2. Calculați partea imaginară a numărului complex $z = \frac{1-i}{2-i}$.
- (5p) 3. Determinați numărul submulțimilor cu cel puțin două elemente ale mulțimii $\{1,2,3,4,5\}$.
- (5p) 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $\log_2(x+1) - \log_2(4-x) = 2$.
- (5p) 5. Fie vectorii $\vec{v} = (a-1)\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$. Determinați valoarea parametrului real a pentru care vectorii \vec{v} și \vec{u} sunt perpendiculari.
- (5p) 6. Calculați aria triunghiului isoscel ABC, știind că $AB=AC=6$ și $m(\sphericalangle BAC) = 120^\circ$.

Subiectul II

(30 de puncte)

1. Se considera matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$.
- (5p) a) Calculați $\det A(0)$
- (5p) b) Arătați că $A^2(1) = 3A(1)$
- (5p) c) Determinați $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $A(x) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă: $x * y = 2xy - 6x - 6y + 21$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$
- (5p) a) Arătați că $x * y = 2(x-3)(y-3) + 3$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$
- (5p) b) Determinați elementul neutru al legii $*$.
- (5p) c) Rezolvați ecuația $5^x * 5^x = 11$.

Subiectul III

(30 de puncte)

1. Fie $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$
- (5p) a) Calculați $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1}$;
- (5p) b) Determinați ecuația asimptotei spre ∞ , la graficul funcției f ;
- (5p) c) Arătați că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(1, \infty)$.
2. Se consideră funcțiile $f, F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$, $F(x) = 2\sqrt{x} + \ln x$
- (5p) a) Aratăți că F este o primitivă a funcției f .
- (5p) b) Să se determine o primitivă $G: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, a funcției f astfel încât $G(1) = 0$.
- (5p) c) Arătați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe $(0, \infty)$.