

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} = 0,111$.
- 5p 2. Determinați valorile reale ale lui x pentru care $f(x) \geq g(x)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2} = 2^{4x-3}$.
- 5p 4. O firmă folosește 5000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Calculați profitul anual al firmei.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(8,3)$ și $C(0,3)$. Calculați aria triunghiului ABC .
- 5p 6. Arătați că $2 \sin^2 30^\circ + 2 \cos^2 60^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$.

- 5p 1. Arătați că $0 \circ (-3) = -3$.
- 5p 2. Arătați că $x \circ y = (x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Arătați că $(-3) \circ x = -3$, pentru orice număr real x .
- 5p 4. Verificați dacă $e = -2$ este element neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p 5. Calculați $(-2016) \circ (-2015) \circ \dots \circ (-3)$.
- 5p 6. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x \circ x = 5$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 5p 1. Arătați că $\det A = 1$.
- 5p 2. Arătați că $A^2 - 6A = -I_2$, unde $A^2 = A \cdot A$.
- 5p 3. Determinați numerele reale x pentru care $\det(xA) = 4$.
- 5p 4. Arătați că $\det(A^2 - 6A + aI_2) \geq 0$, pentru orice număr real a , unde $A^2 = A \cdot A$.
- 5p 5. Determinați inversa matricei B , unde $B = A + I_2$.
- 5p 6. Determinați matricele $X = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$, știind că $\det X = 8$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{1}{10} = 0,1, \frac{1}{100} = 0,01, \frac{1}{1000} = 0,001$ $0,1 + 0,01 + 0,001 = 0,111$	3p 2p
2.	$f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow 2x - 1 \geq x + 1$ $x \geq 2 \Leftrightarrow x \in [2, +\infty)$	2p 3p
3.	$x^2 = 4x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ $x_1 = 1$ și $x_2 = 3$	3p 2p
4.	$5\% \cdot x = \frac{x}{20}$, unde x este profitul anual al firmei $\frac{x}{20} = 5\,000 \Rightarrow x = 100\,000$ de lei	3p 2p
5.	$BC = 8$ și lungimea înălțimii din A este 3 $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$	3p 2p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $2 \sin^2 30^\circ + 2 \cos^2 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} = 1$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$0 \circ (-3) = 0 \cdot (-3) + 3 \cdot 0 + 3 \cdot (-3) + 6 =$ $= 0 + 0 - 9 + 6 = -3$	2p 3p
2.	$x \circ y = xy + 3x + 3y + 9 - 3 =$ $= x(y + 3) + 3(y + 3) - 3 = (x + 3)(y + 3) - 3$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
3.	$(-3) \circ x = ((-3) + 3)(x + 3) - 3 =$ $= 0 - 3 = -3$, pentru orice număr real x	3p 2p
4.	$x \circ (-2) = (x + 3)((-2) + 3) - 3 = x + 3 - 3 = x$ $(-2) \circ x = ((-2) + 3)(x + 3) - 3 = x + 3 - 3 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = -2$ este element neutru al legii de compoziție „ \circ ”	2p 3p
5.	$x \circ (-3) = -3$, pentru x număr real $(-2016) \circ (-2015) \circ \dots \circ (-3) = (((-2016) \circ (-2015) \circ \dots \circ (-4)) \circ (-3)) = -3$	2p 3p
6.	$x \circ x = (x + 3)^2 - 3, x \circ x \circ x = (x + 3)^3 - 3$ $(x + 3)^3 - 3 = 5 \Leftrightarrow (x + 3)^3 = 8 \Leftrightarrow x = -1$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 =$ $= 5 - 4 = 1$	3p 2p
2.	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 29 & 12 \\ 12 & 5 \end{pmatrix}$ $A^2 - 6A = \begin{pmatrix} 29 & 12 \\ 12 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 & 12 \\ 12 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -I_2$	2p 3p
3.	$xA = \begin{pmatrix} 5x & 2x \\ 2x & x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(xA) = \begin{vmatrix} 5x & 2x \\ 2x & x \end{vmatrix} = x^2$ $x^2 = 4 \Leftrightarrow x_1 = -2 \text{ și } x_2 = 2$	3p 2p
4.	$A^2 - 6A + aI_2 = \begin{pmatrix} a-1 & 0 \\ 0 & a-1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A^2 - 6A + aI_2) = \begin{vmatrix} a-1 & 0 \\ 0 & a-1 \end{vmatrix} =$ $= (a-1)^2 \geq 0, \text{ pentru orice număr real } a$	3p 2p
5.	$B = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \det B = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 8 \neq 0$ $B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$	2p 3p
6.	$\det X = \begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix} = a^2 - b^2, \text{ deci } \det X = 8 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 8 \Leftrightarrow (a-b)(a+b) = 8$ <p>Cum a și b sunt numere întregi, obținem matricele $X = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix},$</p> $X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ sau } X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	2p 3p