Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$.

5p **2.** Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$ cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x-1)=2$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{10,20,30,40,50,60,70,80,90\}$, acesta să fie divizor al lui 1000.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(0,3)$ și $B(4,0)$. Calculați perimetrul triunghiului AOB.

5p **6.** Arătați că $\sin x=\frac{3}{5}$, știind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x=\frac{4}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Verificați dacă $A\cdot(A+I_2)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numerele reale m pentru care $\det B=0$, unde $B=A\cdot A+mI_2$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+X^2+4X+4$.

5p **a)** Arătați că $f(-1)=0$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2+3X+2.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=-\frac{3}{4}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-12x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=3(x-2)(x+2)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că $-16\le f(x)\le 16$, pentru orice $x\in[-2,2]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x^4+3x^2+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1\left(f(x)-3x^2-1\right)dx=1$.

5p **b)** Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$, $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$, $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$	**3p**
	$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$	**2p**
2.	$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0$	**3p**
	$x_1=1$ și $x_2=2$	**2p**
3.	$2x-1=5^2$	**3p**
	$x=13$, care verifică ecuația	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**1p**
	În mulțimea A sunt 4 divizori ai lui 1000, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{4}{9}$	**2p**
5.	$AO=3$, $BO=4$, $AB=5$	**3p**
	$P_{\Delta AOB}=3+4+5=12$	**2p**
6.	$\sin^2 x=1-\cos^2 x=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$	**3p**
	Cum $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x=\frac{3}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=-1\cdot 0-1\cdot 0=0$	**3p**
b)	$A+I_2=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	**2p**
	$A\cdot(A+I_2)=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**3p**
c)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1+m & -1\\ 0 & m\end{pmatrix}$, $\det B=m(m+1)$	**3p**
	$\det B=0 \Leftrightarrow m=-1$ sau $m=0$	**2p**
2.a)	$f(-1)=(-1)^3+(-1)^2+4\cdot(-1)+4=$	**3p**
	$=-1+1-4+4=0$	**2p**
b)	Câtul este $X-2$	**3p**
	Restul este $8X+8$	**2p**

c)	$x_1+x_2+x_3=-1$, $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=4$, $x_1x_2x_3=-4$ $\frac{(x_2x_3+x_1x_3+x_1x_2)+(x_3+x_1+x_2)}{x_1x_2x_3}=\frac{4+(-1)}{-4}=-\frac{3}{4}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=3x^2-12=$ $=3(x^2-4)=3(x-2)(x+2)$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$f(2)=-16$, $f'(2)=0$ Ecuația tangentei este $y-f(2)=f'(2)(x-2)\Rightarrow y=-16$	**2p** **3p**
c)	$f'(-2)=0$, $f'(2)=0$ și $f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in[-2,2]$ $f(2)\le f(x)\le f(-2)\Rightarrow -16\le f(x)\le 16$, pentru orice $x\in[-2,2]$	**3p** **2p**
2.a)	$\int_0^1\left(f(x)-3x^2-1\right)dx=\int_0^1 5x^4\,dx=x^5\Big\|_0^1=$ $=1-0=1$	**3p** **2p**
b)	$\mathcal{A}=\int_1^2\|f(x)\|dx=\int_1^2\left(5x^4+3x^2+1\right)dx=\left(x^5+x^3+x\right)\Big\|_1^2=$ $=\left(2^5+2^3+2\right)-\left(1^5+1^3+1\right)=39$	**3p** **2p**
c)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă a funcției $f\Rightarrow F'(x)=f(x)$, $x\in\mathbb{R}$ $F'(x)=5x^4+3x^2+1>0$ pentru orice număr real x, deci F este crescătoare pe $\mathbb{R}$	**2p** **3p**