CONCURSUL INTERNAŢIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

Ediția a XX - a, Călărași, 24 octombrie 2015

Clasa a V–a

P1. a) În *tabelul 1* suma numerelor de pe linie este egală cu numărul scris în ultima celulă $(7+4+7+9=27$ și $10+9+9+6=34)$ și suma numerelor de pe coloană este egală cu numărul scris în celula de jos $(7+10=17,\ 4+9=13,\ 7+9=16$ și $9+6=15)$. Copiază pe foaia de concurs *tabelul 2* și completează cu numere naturale celulele goale astfel încât să fie respectate proprietățile de la *tabelul 1* (*suma numerelor de pe linie să fie egală cu numărul scris în ultima celulă și suma de pe coloană să fie egală cu numărul scris în celula de jos*).

7	4	7	9	27
10	9	9	6	34
17	13	16	15	

tabelul 1

tabelul 2

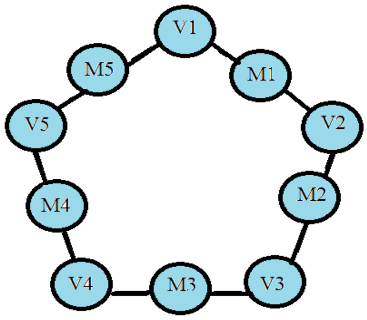
b) Un număr natural se numește „*actual*” dacă prin ștergerea primelor trei cifre ale numărului se obține un număr de 2016 ori mai mic. Găsește un număr „*actual*”.

Adriana Constantin, Călărași

P2. Fie n un număr natural nenul. O firmă intenționează să construiască, de aceeași parte a unei străzi, n case care vor purta numerele $1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n.$ Casele pot fi din cărămidă sau din lemn. Normele prevăd că se pot construi case din lemn la cel mult trei numere consecutive. Dacă C_n este numărul de variante pe care le are la dispoziție firma de construcții pentru a construi n case (*de exemplu:* $C_1=2$, *pentru că la numărul 1 se poate construi o casă din cărămidă sau din lemn*, $C_2=4$ *pentru că cele două case construite la numerele 1 și 2 pot fi ambele din cărămidă, prima din cărămidă și a doua din lemn, prima din lemn și a doua din cărămidă, ambele din lemn etc.*), atunci determină numerele C_3, C_4 și C_{10}.

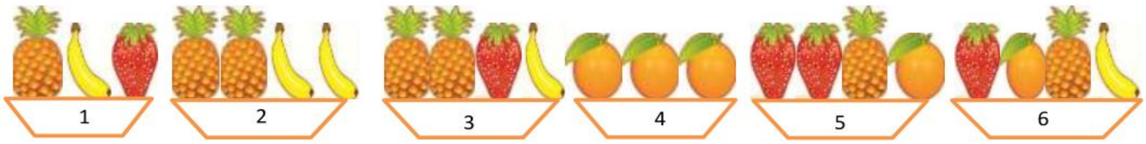
Gheorghe Stoianovici, Călărași

P3. În cele 10 cercuri din desenul alăturat trebuie să scrii numerele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 astfel încât să fie adevărată următoarea afirmație: „Există un număr S astfel încât, dacă V1, M1, V2, M2, V3, M3, V4, M4, V5 și M5 sunt numerele pe care le scrii în cercurile respective, atunci S=V1+M1+V2=V2+M2+V3=V3+M3+V4=V4+M4+V5= =V5+M5+V1”. Care este cea mai mică și cea mai mare valoare pe care o poate lua S ? (justifică răspunsul)



Vasile Pop, Cluj Napoca

P4. Pe șase platouri sunt așezate banane, căpșuni, portocale și fructe de ananas, ca în desenul de mai jos. Dacă:



a) prețul unui fruct este un număr natural;
b) toate fructele de același tip au același preț;
c) două fructe diferite au prețuri diferite;
d) sumele prețurilor fructelor așezate pe două platouri diferite sunt numere diferite;
e) suma prețurilor fructelor așezate pe oricare din cele șase platouri este unul din numerele 21, 30, 33, 36, 39 și 45 (*atenție, nu știi dacă ordinea numerelor coincide cu ordinea platourilor*).

Arată că o căpșună nu poate să coste 3 lei.

Cristina Bornea, Călărași

Succes

Barem de corectare: Problema 1. a) 4 puncte; b) 3 puncte; Problema 2. 7 puncte; Problema 3. 7 puncte; Problema 4. 7 puncte.

CONCURSUL INTERNAŢIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

Ediția a XX - a, Călărași, 24 octombrie 2015

Clasa a V–a

P1. a) În *tabelul 1* suma numerelor de pe linie este egală cu numărul scris în ultima celulă $(7+4+7+9=27 \text{ și } 10+9+9+6=34)$ și suma numerelor de pe coloană este egală cu numărul scris în celula de jos $(7+10=17,\ 4+9=13,\ 7+9=16$ și $9+6=15)$. Copiază pe foaia de concurs *tabelul 2* și completează cu numere naturale celulele goale astfel încât să fie respectate proprietățile de la *tabelul 1* (*suma numerelor de pe linie să fie egală cu numărul scris în ultima celulă și suma de pe coloană să fie egală cu numărul scris în celula de jos*).

7	4	7	9	27
10	9	9	6	34
17	13	16	15	

tabelul 1

tabelul 2

b) Un număr natural se numeşte „*actul*” dacă prin ştergerea primelor trei cifre ale numărului se obține un număr de 2016 ori mai mic. Găseşte un număr „*actual*”.

Adriana Constantin, Călărași

Soluție

a) Suma numerelor celor trei numere scrise în celule de jos trebuie să fie egală cu suma celor două numere scrise în celule din dreapta.

b) 4032.

P2. Fie n un număr natural nenul. O firmă intenționează să construiască, de aceeași parte a unei străzi, n case care vor purta numerele $1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n$. Casele pot fi din cărămidă sau din lemn. Normele prevăd că se pot construi case din lemn la cel mult trei numere consecutive. Dacă C_n este numărul de variante pe care le are la dispoziție firma de construcții pentru a construi n case (*de exemplu:* $C_1=2$, *pentru că la numărul 1 se poate construi o casă din cărămidă sau din lemn,* $C_2=4$ *pentru că cele două case construite la numerele 1 și 2 pot fi ambele din cărămidă, prima din cărămidă și a doua din lemn, prima din lemn și a doua din cărămidă, ambele din lemn etc.*), atunci determină numerele C_3, C_4 și C_{10}.

Gheorghe Stoianovici, Călărași

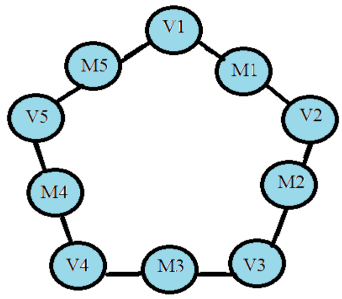
Soluție

$C_3=2^3=8$; $C_4=2^4-1=15$; Dacă L_n este numărul variantelor în care la n numere consecutive se construiesc case din lemn, atunci $C_{10}=2^{10}-(L_4+L_5+L_6+L_7+L_8+L_9+L_{10})=1024-(141+62+28+12+5+2+1)=773.$

$L_4=31+16+16+16+16+16-1=141$ (vezi tabelul de mai jos), $L_5==15+8+8+8+8+15=62$ etc.

nr. casă / nr. variantă	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	total variante
1.											31
2.											16
3.											16
4.											16
5.											16
6.											16
7.											31

P3. În cele 10 cercuri din desenul alăturat trebuie să scrii numerele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 astfel încât să fie adevărată următoarea afirmație: „Există un număr S astfel încât, dacă V1, M1, V2, M2, V3, M3, V4, M4, V5 și M5 sunt numerele pe care le scrii în cercurile respective, atunci S=V1+M1+V2=V2+M2+V3=V3+M3+V4=V4+M4+V5=V5+M5+V1”. Care este cea mai mică și cea mai mare valoare pe care o poate lua S ? (justifică răspunsul)



Vasile Pop, Cluj Napoca

Soluţie. Fie V suma numerelor din vârfuri şi M suma numerelor din mijloacele laturilor. Avem:

$$V + M = 1 + 2 + \ldots + 10 = 55. \qquad (1)$$

Pe de altă parte dacă notăm cu L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 suma numerelor de pe laturi, avem:

$$2V + M = 5S \qquad (2)$$

(fiecare vârf se adună de două ori).

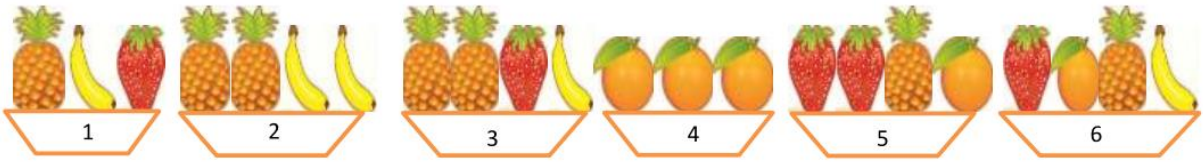
Din relaţia (2) rezultă că suma este maximă când V este maxim şi suma este minimă când V este minim.

$$V_{min} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15, \quad M = 40 \quad \text{şi} \quad S_{min} = 14$$

$$V_{max} = 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 40, \quad M = 15 \quad \text{şi} \quad S_{max} = 19.$$

Repartiţiile numerelor sunt: Pentru S_{min} în vârfuri 1, 3, 5, 2, 4 pe laturi 10, 6, 7, 8, 9. Pentru S_{max} în vârfuri 10, 8, 6, 9, 7 şi pe laturi 1, 5, 4, 3, 2.

P4. Pe șase platouri sunt așezate banane, căpșuni, portocale și fructe de ananas, ca în desenul de mai jos.



Dacă:

a) prețul unui fruct este un număr natural;
b) toate fructele de același tip au același preț;
c) două fructe diferite au prețuri diferite;
d) sumele prețurilor fructelor așezate pe două platouri diferite sunt numere diferite;
e) suma prețurilor fructelor așezate pe oricare din cele șase platouri este unul din numerele 21, 30, 33, 36, 39 şi 45 (*atenție, nu știi dacă ordinea numerelor coincide cu ordinea platourilor*).

Arată că o căpșună nu poate să coste 3 lei.

Cristina Bornea, Călărași

Soluție: notez cu a prețul unui ananas, cu b prețul unei banane, cu c prețul unei căpșune și cu p prețul unei portocale; a este diferența dintre suma prețurilor fructelor așezate platoul 3 și suma prețurilor fructelor așezate platoul 1, deci a este unul din numerele 3, 6, 9, 12, 15, 18 și 24; $2a+2b=30$ sau $2a+2b=36$; $2a+2b \le 36 \Rightarrow a<18 \Rightarrow a \le 15$;

Dacă presupunem $c=3$ rezultă că a este unul din numerele 6, 9, 12, și 15.

1. presupunem $a=6$ și $2a+2b=30 \Rightarrow b=9 \Rightarrow a+b+c=18$, fals;
2. presupunem $a=6$ și $2a+2b=36 \Rightarrow b=12 \Rightarrow$ și $2a+b+c=27$, fals;
3. presupunem $a=9$ și $2a+2b=30 \Rightarrow b=6 \Rightarrow a+b+c=18$, fals;
4. presupunem $a=9$ și $2a+2b=36 \Rightarrow b=9$, fals;
5. presupunem $a=12$ și $2a+2b=30 \Rightarrow b=3$, fals;
6. presupunem $a=12$ și $2a+2b=36 \Rightarrow b=6 \Rightarrow$ $a+b+c=21$ și $2a+b+c=33$, deci sumele prețurilor fructelor așezate platoul 5 și 6 sunt două dintre numerele 30, 39, 45; suma prețurilor fructelor așezate platoul 6 este $p+21$ iar a celor așezate platoul 5 este $p+18$, deci diferența prețurilor celor două platouri este 3, fals;
7. presupunem $a=15$ și $2a+2b=30 \Rightarrow b=0$, fals;
8. presupunem $a=15$ și $2a+2b=36 \Rightarrow b=3$, fals;

Rezultă $c \ne 3$.

Notă: $a=12$, $b=3$, $c=6$, $p=15$ verifică ipotezele problemei și este singura soluție.