SCOALA DE ARTE SI MESERII SARICHIOI
JUDETUL TULCEA

+10 PLUS ZECE

TEZE CU SUBIECT UNIC 2009

Breviar teoretic, exemple si teste de

MATEMATICĂ

Clasa a VII-a

Cuprins:

Realizat de prof. TIT CUPRIAN

SIMBOLURI MATEMATICE

Simbolul	Semnificatia	Exemplu
$\varnothing$	Mulțimea vidă	Mulțimea care nu are nici un element
$\cup$	Reuniune	$\{2;3;4;5\}\cup\{3;5;6;7\}$
$\cap$	Intersecție	$\{2;3;4;5\}\cap\{3;5;6;7\}$
$-$	Diferență	$\{2;3;4;5\}-\{3;5;6;7\}$
$\subset$	Incluziune	$\{2;3;4\}\subset\{1;2;3;4;5\}$
$\in$	Apartenență	$2\in\{1;2;3;4\}$; $P\in AB$
$\Leftrightarrow$	Implicit, echivalent	$x+3=7\Leftrightarrow 3x-2=10$
$\Rightarrow$	Rezultă	$3x+2=8\Rightarrow x=2$
$\sum$	Sumă	$\sum_{x=1}^{5} x=1+2+3+4+5=15$
$\forall$	Oricare ar fi	$\forall a\in Z$, 2a este numar par
$\exists$	Există	$\forall\frac{m}{n}$, m,n$\neq$0, $(\exists)\frac{a}{b}$ astfel încât $\frac{m}{n}\cdot\frac{a}{b}=1$
$\cong$	Aproximativ egal	$125:62\cong \mathbf{2}$
$\vert$	Îl divide	$3\vert 15$
$\vdots$	Se divide	$18\vdots 9$
$\leq$	Mai mic sau egal	$2x+3\leq 10$
$\geq$	Mai mare sau egal	$2x+3\geq 10$
$\to$	Tinde, cu valori în …, definită pe…	$x\to+\infty$; $f:A\to B$
∞	Infinit	$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x+2}$
$\sqrt{\ }$	Rădăcina pătrată	$\sqrt{64}=\pm 8$
[AB]	Segmentul AB	
$\equiv$	Congruent, identic	$\Delta ABC\equiv\Delta MNP$;
$\sim$	Asemenea	ΔABC $\sim$ ΔMNP
$\perp$	Perpendicular	AB$\perp$MN
$\Vert$	Paralel	AB $\Vert$ MN
Δ	Triunghi	ΔABC
$d(A;MN)$	Distanța de la un punct la o dreapta	
$d[P;(ABC)]$	Distanța de la un punct la un plan	
π	Numar irrational	$\pi\cong 3{,}15159\ldots$

Scuze pentru eventualele greseli de dactilografiere.

Dumneavoastra puteti realiza o mica revista a scolii - un material didactic in plus.

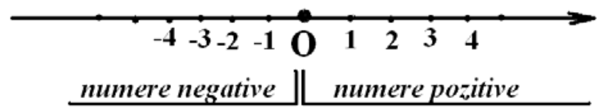
ALGEBRA

1. Multimea numerelor rationale

Multimea numerelor rationale Q

Un numar rational este numarul care poate fi scris sub forma unei fractii ordinare. $Q=\left\{\frac{a}{b}\middle\vert a\in Z,\ b\in Z^{*}\ \ si\ \ (a,b)=1\right\}$	Exemple de numere rationale: $5=\frac{5}{1}=\frac{15}{3}=\ldots;\ \ -4=-\frac{4}{1}=-\frac{8}{2}=\ldots;\ \ 2{,}5=\frac{5}{2};$ $-3{,}3=-\frac{10}{3};\ \ 2{,}4(3)=\frac{73}{45}.$

Reprezentarea pe axa numerelor

Orice numar rational poate fi reprezentat pe axa numerelor:	

Opusul unui numar rational

▪ *Orice numar rational are un opus al sau.* ▪ *Numere rationale sunt de doua feluri: pozitive si negative.* ▪ *Suma a doua numere opuse este nula.*	Opusul lui ***a*** este ***–a***. ***a*** + (***–a***) **= 0** **Exemple**: opusul lui **7** este **–7**; opusul lui **–5** este **5**;

Valoarea absoluta

Valoarea absoluta (modulul) a unui numar rational este distanta dintre punctul ce reprezinta numarul pe axa numerelor si originea axei, **O**.	$\lvert a\rvert=\begin{cases} a, & daca\ \ a<0\\ -a, & daca\ \ a<0\end{cases}$	$\lvert +8\rvert=8$ $\lvert -5\rvert=5$

N⊂Z⊂Q

Am aratat la 1.1 *ca orice numar natural sau intreg poate fi scris sub forma unei fractii ordinare. De aceea numerele naturale sunt incluse in multimea numerelor intregi care la randul lor sunt incluse in multimea numerelor rationale.*	$\{-8;-5;-2{,}5;-1;2;3;3,(5);7{,}6;9\}\in Q$ $\{2;3;9\}\in N$ **;** $\{\ 2;3;9;-5;-8\ \}\in Z;$ $\Rightarrow$ **N⊂Z⊂Q.**

Operatii cu numere rationale; proprietati

Adunarea si scaderea Pentru a efectua adunarea sau scaderea numerelor rationale este necesar a parcurge urmatorii pasi: ▪ Se transforma fractiile zecimale in fractii ordinare; ▪ Se aduc fractiile la acelasi numitor; ▪ Se efectueaza adunarea/scaderea.	**Exemplu:** $7-2{,}5-\frac{3}{2}+2,(6)\overset{6)}{=}7-{}^{3)}\frac{5}{2}-{}^{3)}\frac{3}{2}+{}^{2)}\frac{8}{3}=$ $=\frac{42-15-9+16}{6}=\frac{34^{(2}}{6}=\frac{17}{3}.$
Proprietatile adunarii: ▪ Adunarea este comutativa: ***a + b = b + a.*** ▪ Adunarea este asociativa: ***a + b + c = (a + b) + c.*** ▪ Elementul neutru al adunarii este 0: ***a + 0 = a.*** ▪ Pentru orice ***a*** exista opusul lui astfel incat: ***a + (-a) = 0***	

Inmultirea

- La inmultirea unui numar intreg cu o fractie, se inmulteste numarul intreg cu numaratorul fractiei, numitorul ramanand neschimbat;
- Se transforma fractiile zecimale in fractii ordinare;
- La inmultirea a doua fractii ordinare se inmultesc numaratorii intre ei si numitorii intre ei.

Exemplu:

a) $12 \cdot \frac{7}{18} = \frac{12 \cdot 7}{18} = \frac{84^{(6}}{18} = \frac{14}{3}.$

b) $4,(6) \cdot \frac{6}{7} = \frac{14}{3} \cdot \frac{6}{7} = \frac{14 \cdot 6}{3 \cdot 7} = \frac{84^{(21}}{21} = 4.$

Proprietatile inmultirii:

- Inmultirea este comutativa: ***a · b = b · a;***
- Inmultirea este asociativa: ***a · b · c = (a · b) · c;***
- Elementul neutru al inmultirii este **1**: ***a · 1 = a;***
- Inmultirea este distributiva fata de adunare sau scadere: ***a · (b + c) = a·b + a·c***

Impartirea

- La impartirea a doua numere rationale se inmulteste primul numar cu al doilea inversat.

Exemplu:

$$\frac{25}{18} : \frac{5}{24} = \frac{25}{18} \cdot \frac{24}{5} = \frac{25 \cdot 24}{18 \cdot 5} = \frac{600^{(30}}{90} = \frac{20}{3}.$$

Tabelul inmultirii semnelor:

F_1	F_2	P
+	+	+
+	–	–
–	+	–
–	–	+

Tabelul impartirii semnelor:

D	I	C
+	+	+
+	–	–
–	+	–
–	–	+

Ridicarea la putere

„Puterea este o inmultire repetata"

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{de\ n\ ori}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

Exemplu:

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{9}{4}$$

Operatii cu puteri:

- $1^a = 1;$
- $a^1 = a;$
- $a^0 = 1$, daca $a \neq 0;$
- $0^a = 0$, daca $a \neq 0;$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n};$
- $a^m : a^n = a^{m-n};$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n};$
- $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m.$

Compararea si ordonarea numerelor rationale

A compara doua numere inseamna a arata care numar este mai mare decat celalalt.

- Pentru a compara doua numere rationale reprezentate prin fractii ordinare, se procedeaza astfel:
  1) Se aduc fractiile la acelasi numitor, iar fractia va fi mai mare cea cu numaratorul mai mare.
  2) Se aduc fractiile la acelasi numarator, iar fractia va fi mai mare cea cu numitorul mai mic.
- Pentru a compara doua fractii zecimale cu partile intregi egale, se adauga un numar de zecimale fara a modifica valoarea numarului si se compara partile fractionare.
- Pentru a compara doua numere negative se compara valorile absolute; va fi mai mare numarul care are valoarea absoluta mai mica.

Exemple:

1) $\left.\begin{array}{l} a = {}^{3)}\frac{7}{8} = \frac{21}{24} \\ b = {}^{2)}\frac{11}{12} = \frac{22}{24} \end{array}\right\} \Rightarrow b > a;$

2) $\left.\begin{array}{l} a = {}^{5)}\frac{9}{4} = \frac{45}{20} \\ b = {}^{3)}\frac{15}{7} = \frac{45}{21} \end{array}\right\} \Rightarrow a > b;$

3) $\left.\begin{array}{l} a = 3,15 = 3,1500 \\ b = 3,1(5) \cong 3,1515 \end{array}\right\} \Rightarrow b > a;$

4) $\left.\begin{array}{ll} a = -7,5; & |-7,5| = 7,5 \\ b = -7,8; & |-7,8| = 7,8 \end{array}\right\} \Rightarrow a > b.$

Ordinea efectuarii operatiilor si folosirea parantezelor

▪ *Intr-un exercitiu de calcul aritmetic ce contine mai multe operatii cu numere rationale se efectueaza mai intai ridicarile la putere, apoi inmultirile si impartirile in ordinea in care sunt scrise si apoi adunarile si scaderile, la fel, in ordinea in care sunt scrise.* ▪ *In exercitiile de calcul aritmetic care contin paranteze se efectueaza mai intai calculele din parantezele mici (rotunde), apoi cele din paranteze mari (drepte) si apoi cele din accolade.* ▪ *Daca in fata unei paranteze ce contine un numar rational sau o suma/diferenta de numere rationale se afla simbolul „–", atunci se poate elimina semnul si paranteza, scriind numerele din paranteza cu semnul schimbat.*	**Exemplu:** $\{[4+5\cdot(2^2+3\cdot4-10)]:17+3\}\cdot2^3-3\cdot10=$ $=\{[4+5\cdot(4+12-10)]:17+3\}\cdot8-30=$ $=\{[4+5\cdot6]:17+3\}\cdot8-30=$ $=\{[4+30]:17+3\}\cdot8-30=$ $=\{34:17+3\}\cdot8-30=$ $=\{2+3\}\cdot8-30=$ $=5\cdot8-30=$ $=40-30=10$.

Ecuatii in multimea numerelor rationale

• ***Propozitia cu o variabila de forma ax + b = 0 se numeste ecuatie cu o necunoscuta, unde a si b sunt numere rationale.*** • ***Intr-o ecuatie avem „dreptul" de a trece termeni dintr-un membru in alt membru cu semnul schimbat.*** • ***Intr-o ecuatie avem „dreptul" de inmulti/imparti egalitatea cu un numar diferit de zero. Procedeul este utilizat pentru eliminarea numitorilor si la final aflarea necunoscutei.***	**Exemplu:** $\frac{x}{3}-\frac{x-5}{2}=\frac{x}{4}+5$ ↳Stabilim c.m.m.m.c. al numitorilor si amplificam fractiile: $^{4)}\frac{x}{3}-{}^{6)}\frac{x-5}{2}={}^{3)}\frac{x}{4}+{}^{12)}5 \mid \cdot 12$ ↳Amplificam numaratorii si scriem ecuatia fara numitori: $4x-6x+30=3x+60$ ↳Trecem termenii dintr-un membru in alt membru cu semnul schimbat: $4x-6x-3x=60-30$ ↳Efectuam operatiile de adunare/scadere: $-5x=30$ ↳Impartim ecuatia prin coeficientul necunoscutei: $-5x=30 \mid :(-5)$ ↳In final, aflam solutia ecuatiei: $x=-6$

Probleme ce se rezolva cu ajutorul ecuatiilor

Etapele de rezolvare a unei probleme: ***1) Stabilirea datelor cunoscute si a celor necunoscute din problema.*** ***2) Notarea unei date necunoscute cu x si exprimarea celorlalte date necunoscute in functie de x.*** ***3) Scrierea unei ecuatii cu necunoscuta x, folosind datele problemei.*** ***4) Rezolvarea ecuatiei.*** ***5) Verificarea solutiei.*** ***6) Formularea concluziei.***	**Exemplu:** Intr-un triunghi ABC, masura unghiului B este de doua ori mai mare decat masura unghiului A iar masura unghiului C este 75% din masura unghiului B. Aflati masura unghiului A. **Rezolvare:** 1) Notam masura unghiului A cu x. 2) Din datele problemei rezulta ca masura unghiului B este egala cu $2x$. La fel din datele problemei rezulta ca masura unghiului C este 75% din $2x$, adica este egala cu $1{,}5x$. 3) Daca suma masurilor unghiurilor intr-un triunghi este egala cu 180^0, atunci obtinem ecuatia: 4) $x + 2x + 1{,}5x = 180^0$ In urma rezolvarii ecuatiei, obtinem $x = 40^0$. 5) Verificam solutia: $40^0 + 80^0 + 60^0 = 180^0$.

Rapoarte si proportii (*)

- ❋ Raportul a doua numere a si b, $b \neq 0$ este $\frac{a}{b}$.
- ❋ Egalitatea a doua rapoarte se numeste proportie:

$$\frac{a}{b}=\frac{m}{n};\ \begin{cases} a \ \ si \ \ n \ \ = extremi \\ b \ \ si \ \ m \ \ = mezi \end{cases};$$

- ❋ Proprietatea fundamentala a unei proportii: $a \cdot n = b \cdot m$ (produsul mezilor este egal cu produsul extremilor).
- ❋ Aflarea unui termen necunoscut dintr-o proportie: $\frac{x}{a}=\frac{b}{c} \Rightarrow x=\frac{a \cdot b}{c}$.

Exemplu: $\frac{x}{9}=\frac{2}{3} \Rightarrow x=\frac{9 \cdot 2}{3}=\frac{18}{3}=6.$

(*) = *teme din programa veche.*

Proportii derivate (*)

- Derivarea proportiilor cu aceeasi termeni:

$\frac{a}{b}=\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{n}{m}$; $\frac{a}{b}=\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{a+m}{b+n}$; $\frac{a}{b}=\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a}{m}=\frac{b}{n}$; $\frac{a}{b}=\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{m+n}{n}$;

$\frac{a}{b}=\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{m-n}{n}$; $\frac{a}{b}=\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a}{b+a}=\frac{m}{n+m}$; $\frac{a}{b}=\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a}{b-a}=\frac{m}{n-m}$.

- Derivarea proportiilor cu alti termeni:

$\frac{a}{b}=\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a \cdot k}{b}=\frac{m \cdot k}{n}$; $\frac{a}{b}=\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a:k}{b}=\frac{m:k}{n}$, $k \neq 0$; $\frac{a}{b}=\frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a \cdot k}{b \cdot k}=\frac{m}{n}$, $k \neq 0$.

Sir de rapoarte egale (*)

Fie un sir de rapoarte egale: $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}=\frac{d}{t}$; Avem proprietatea: $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}=\frac{d}{t}=\frac{a+b+c+d}{x+y+z+t}$ Sau: $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}=\frac{d}{t}=k$, unde: $\begin{cases} a=x \cdot k \\ b=y \cdot k \\ c=z \cdot k \\ d=t \cdot k \end{cases}$	**Exemplu:** **Fie** $\frac{a}{2}=\frac{b}{5}=\frac{c}{9}$ si $a+b+c=80$. Sa se afle numerele a, b si c. **Rezolvare:** $\frac{a}{2}=\frac{b}{5}=\frac{c}{9}=\frac{a+b+c}{2+5+9}=\frac{80}{16}=5$. De unde: $a=2 \cdot 5=10$; $b=5 \cdot 5=25$; $c=9 \cdot 5=45$.

Directa proportionalitate (*)

Multimea A={a;b;c} este in directa proportionalitate cu multimea B={x;y;z} daca: $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$.	**Exemplu:** Impartiti numarul 100 in trei parti direct proportionale cu numerele 3, 7 si 10. **Rezolvare:** $\frac{a}{3}=\frac{b}{7}=\frac{c}{10}=\frac{a+b+c}{3+7+10}=\frac{100}{20}=5$. $\Rightarrow a=3 \cdot 5=15$; $b=7 \cdot 5=35$; $c=10 \cdot 5=50$.

Inversa proportionalitate (*)

Multimea A={a;b;c} este in inversa proportionalitate cu multimea B={x;y;z} daca:	**Exemplu:** Impartiti numarul 121 in trei parti direct proportionale cu numerele 3, 7 si 10.

$ax = by = cz$ sau $\frac{a}{\frac{1}{x}} = \frac{b}{\frac{1}{y}} = \frac{c}{\frac{1}{z}}$	**Rezolvare:** $\frac{a}{\frac{1}{3}} = \frac{b}{\frac{1}{7}} = \frac{c}{\frac{1}{10}} = \frac{a+b+c}{\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{10}} = \frac{121}{\frac{121}{210}} = 210.$ $\Rightarrow a = \frac{1}{3}\cdot 210 = 70;\ b = \frac{1}{7}\cdot 210 = 30;\ c = \frac{1}{10}\cdot 210 = 21.$

Regula de trei simpla (*)

Exemplu: Daca 5 paini costa 7,50 lei atunci cat vor costa 12 paini? **Rezolvare:** $5\,paini .... 7{,}50\,lei$ $12\,paini .... x\,lei$ $x = \frac{12\cdot 7{,}50}{5} = \frac{90}{5} = 18\,lei.$	**Exemplu:** Daca 15 muncitori efectueaza o lucrare in 8 zile, 12 muncitori in cate zile ar termina aceeasi lucrare? **Rezolvare:** $15\,muncitori .... 8\,zile$ $12\,muncitori .... x\,zile$ $x = \frac{15\cdot 8}{12} = \frac{120}{12} = 10\,zile.$

Procente (*)

Formula generala: $p\%$ din $a = b$ sau $\frac{p}{100}\cdot a = b.$	
◘ Aflarea unui procent dintr-un numar dat: $p\%\ \ din\ \ a = \frac{p}{100}\cdot a = \frac{p\cdot a}{100}.$	**Exemplu:** $30\%\,din\,40 = \frac{30}{100}\cdot 40 = \frac{30\cdot 40}{100} = \frac{1200}{100} = 12.$
◘ Aflarea unui numar cand se cunoaste un procent din el: Daca $p\%\ \ din\ \ a = b \Rightarrow a = \frac{100b}{p}.$	**Exemplu:** $40\%\ \ din\ \ x = 60?$ $\frac{40}{100}\cdot x = 60 \Rightarrow x = \frac{100\cdot 60}{40} = \frac{6000}{40} = 150.$
◘ Aflarea raportului procentual: Daca $p\%\ \ din\ \ a = b \Rightarrow p = \frac{100b}{a}.$	**Exemplu:** $x\%\ \ din\ \ 45 = 9?$ $\frac{x}{100}\cdot 45 = 9 \Rightarrow x = \frac{100\cdot 9}{45} = \frac{900}{45} = 20.$
◘ Formula de inlocuire a doua modificari procentuale: $p = a + b + \frac{a\cdot b}{100}$ unde: a *si* b *sunt pozitive daca sunt cresteri* a *si* b *sunt negative daca sunt reduceri*.	**Exemplu:** Pretul unui produs prima data se majoreaza cu 40% si apoi se reduce cu 30% din noul pret. Sa se afle cu cat % s-a modificat pretul de la cel initial la cel final ? $a = +40;\ \ b = -30.$ $p = a + b + \frac{a\cdot b}{100} = 40 - 30 + \frac{40\cdot(-30)}{100} = 10 - 12 = -2.$ Raspuns: pretul a scazut cu **2%** (semnul minus ne arata ca pretul a scazut).

Scoala Sarichioi, Judetul Tulcea

LUCRARE DE VERIFICARE CLASA a VII-a

RAPOARTE SI PROCENTE*

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 100 minute.**
- **Se acorda 10 puncte din oficiu.**

SUBIECTUL I (50 puncte) – Pe lucrare se trec numai rezultatele.

4p | 1. a) Daca $a = 16$ si $b = 18$, atunci valoarea raportului $\frac{a}{b}$ este egala cu …..

4p | b) Daca $\frac{a}{b} = \frac{6}{11}$, atunci $\frac{5a}{3b}$ este egal cu ……

4p | c) Daca $\frac{a}{b} = \frac{4}{9}$, atunci $\frac{2a+3b}{5a-2b}$ este egal cu …….

4p | 2. a) 25% din 45 este egal cu ……

4p | b) $\frac{2}{3}$ din 45 este egal cu …..

4p | c) Daca un caiet costa 2,5 lei, atunci 6 caiete vor costa ……lei.

4p | 3. a) Daca avem $\frac{x}{20} = \frac{3}{5}$, atunci x este egal cu ……

4p | b) Daca 30% din x este egal cu 21, atunci x este egal cu ……

6p | c) Daca $\frac{a}{3} = \frac{b}{7}$ si $a + b = 30$, atunci a = …..

4p | 4. a) Un sfert din 300 este egal cu ……..

4p | b) O jumatate din 50 este egal cu …….

4p | c) Trei optimi din 64 este egal cu …….

SUBIECTUL II (40 puncte) – Pe lucrare scrieti rezolvarile complete.

5p | 1. a) Daca $\frac{2a+6b}{5a-3b} = 5{,}2$ atunci $\frac{a}{b} =$ ………

5p | b) 20% din 30% din 40% din din 500 kg este egal cu ……kg.

2. Numerele *a, b, c* sunt direct proportionale cu 2, 3 si 4. Numerele *c, d, e* sunt invers proportionale cu 2, 3 si 4.

5p | a) Demonstrati ca $a = e$.

5p | b) Daca $a + b + c + d + e = 205$, aflati valoarea numarului a.

5p | c) Cat la suta din b reprezinta numarul e ?

3. Un calator parcurge un traseu in trei zile astfel: in prima zi parcurge 40% din traseu, in a doua zi parcurge 50% din cea mai ramas iar in ultima zi ultimii 18 km.

5p | a) Aflati lungimea totala a traseului.

5p | b) Cat a parcurs a doua zi?

5p | c) Cat la suta din lungimea traseului a parcurs calatorul in primele doua zile?

Propunator: prof. TIT CUPRIAN

Scoala Sarichioi, Judetul Tulcea

LUCRARE DE VERIFICARE CLASA a VII-a

MULTIMEA NUMERELOR RATIONALE

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 100 minute.**
- **Se acorda 10 puncte din oficiu.**

SUBIECTUL I (50 puncte) – Pe lucrare se trec numai rezultatele.

4p **1.** a) Rezultatul calculului $\frac{12}{7}-\frac{26}{7}$ este egal cu …….

4p b) Rezultatul calculului $\frac{24}{7}:\frac{4}{7}$ este egal cu …….

4p c) Rezultatul calculului este egal cu …….

4p **2.** a) Dintre numerele $a=\frac{3}{5}$ si $b=\frac{9}{16}$ este mai mare numarul …

4p b) Opusul numarului $-3{,}75$ este egal cu …

4p c) $\left|-\frac{3}{5}\right|$ este egal cu …

4p **3.** a) $\left\{\frac{2}{3};-5;\ 2;\ \frac{16}{4};\ 2{,}8;\ 0;\ -4\right\}\cap N=\{.......\}$

4p b) $\left\{\frac{2}{3};-5;\ 2;\ \frac{16}{4};\ 2{,}8;\ 0;\ -4\right\}\cap Z=\{.......\}$

4p c) $\left\{\frac{2}{3};-5;\ 2;\ \frac{16}{4};\ 2{,}8;\ 0;\ -4\right\}-Z=\{.......\}$

6p **4.** a) Solutia ecuatiei $x+\frac{1}{2}=3{,}5$ este $x=$ ……

4p b) Solutia ecuatiei $\frac{x}{8}=\frac{3}{2}$ este $x=$ ……

4p c) Solutiile ecuatiei $|\ x+3\ |=7$ sunt ……

SUBIECTUL II (40 puncte) – Pe lucrare scrieti rezolvarile complete.

1. Fie numerele $a=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{9}{5}\cdot 2,(3)\right)$ si $b=\left(4-\frac{2}{3}:1,(3)\right):\frac{7}{6}$

5p a) Calculati $a+b$.

5p b) Calculati $a^2-2ab+b^2$. Ce constatati?

5p **2.** a) Aflati a 2008-a zecimala a numarului 2,6(342).

5p b) Aratati ca $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{99\cdot 100}=\frac{99}{100}$.

5p c) Calculati suma $S=1\frac{1}{3}+2\frac{1}{3}+3\frac{1}{3}+...+99\frac{1}{3}$.

3. Dupa o crestere cu 10% pretul unui obiect devine 165 de lei.

5p a) Aflati pretul inainte de scumpire.

5p b) Cu cat la suta trebuie sa se reduca pretul de 165 de lei astfel incat sa devina din nou la pretul initial?

5p c) Daca pretul initial era de 150 de lei, cu cat la suta se reduce astfel incat sa devina 105 lei?

Propunator: prof. TIT CUPRIAN

2. Multimea numerelor reale

Radacina patrata a unui numar natural patrat perfect

Patratul unui numar rational este totdeauna pozitiv sau zero (adica nenegativ).
DEFINITIE
Fie a un numar rational nenegativ ($a \geq 0$). Numarul nenegativ x se numeste radacina patrata a numarului a daca $x^2 = a$.
Notam radacina patrata a numarului a cu $\sqrt{a}$. **Daca**

$$a \geq 0 \quad si \quad \sqrt{a} = x \quad inseamna \quad x^2 = a \quad si \quad x \geq 0.$$

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a, \qquad a \geq 0.$$

Exemple:

$\sqrt{64} = 8;$ $\sqrt{100} = 10;$

$\sqrt{144} = 12;$ $\sqrt{625} = 25;$

$\sqrt{1{,}21} = 1{,}1.$

Algoritmul de extragere a radacinii patrate; aproximari

➔Sa calculam radacina patrata a lui 55225.
➔Despartim numarul in grupe de cate doua cifre, de la dreapta spre stanga
➔Ne intrebam: care este cel mai mare numar al carui patrat este mai mic sau egal cu 5. Acesta este 2; il scriem in dreapta sus;
➔Il ridicam la patrat, obtinem 4 si-l trecem sub 5, aflam restul scaderii 1.
➔Coboram grupul de urmatoarele 2 cifre langa rest.
➔Dublam pe 2 si rezultatul 4 il trecem sub 2.
➔Ne gandim care cifra punem alaturi de 4 si rezultatul il inmultim cu cifra aleasa astfel incat numarul dat sa se cuprinda in 152.
➔Ne gandim care cifra punem alaturi de 4 si rezultatul il inmultim cu cifra aleasa astfel incat numarul dat sa se cuprinda in 152.
➔Rezultatul fiind 129, il trecem sub 152 si aflam restul scaderii.
➔Cifra 3 o trecem la rezultat, alaturi de 2.
➔Coboram urmatoare grupa de cifre, pe 25, langa restul 23.
➔Coboram dublul lui 23, care este 46.
➔Ne gandim care cifra punem alturi de 46, numarul format Il inmultim cu acea cifra iar rezultatul sa fie mai mic sau egal cu 2325.
➔Acesta poate fi 5 si facem calculele.
➔Trecem rezultatul 2325 sub numarul 2325 si efectuam scaderea.
➔Restul fiind zero, algoritmul s-a terminat, cifra 5 o trecm la rezultat alaturi de 23.

$\sqrt{5'52'25}$ | 235
4 | 43*3=129
152 | 465*5=2325
129
=2325
2325
====

Asadar, radical din 55225 este egal cu 235.

Exemple de numere irationale

$$\sqrt{3}, -2\sqrt{5}, 2+\sqrt{6}, \pi, ... etc.$$

Simbolul multimii numerelor irationale: *R – Q.*

Multimea numerelor reale

Multimea numerelor naturale **N = {0; 1; 2; 3; 4; ….}**
Multimea numerelor intregi **Z = {…, -3; -2; -1; 0; +1; +2; +3; …}**
Multimea numerelor rationale $Q = \left\{ \frac{a}{b} \middle| a \in Z, b \in Z^*, (a,b) = 1 \right\}$
Multimea numerelor irationale. Numerele irationale sunt numere care in exprimarea zecimala au partea zecimala infinita si neperiodica.

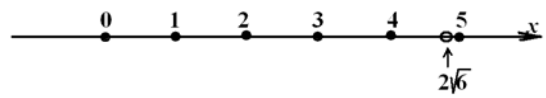
Modulul unui numar real

Valoarea absoluta (modulul) a unui numar real este distanta dintre punctul ce reprezinta numarul pe axa numerelor si originea axei, O.	$\lvert a\rvert = \begin{cases} a, & daca \quad a<0 \\ -a, & daca \quad a<0 \end{cases}$	$\lvert +\sqrt{13}\rvert = \sqrt{13}$ $\lvert -\sqrt{13}\rvert = \sqrt{13}$

Compararea si ordonarea numerelor reale

➷***Pentru a compara doua numere rationale se va proceda ca la* 1.7.** ➷***Pentru a compara doua numere irationale se procedeaza astfel:*** a) se introduc factorii sub radicali si se compara numerele; b) se ridica la patrat numerele date si se compara patratele acestora.	**Exemple:** **a)** $\left.\begin{array}{l} a = 3\sqrt{5} = \sqrt{45} \\ b = 4\sqrt{3} = \sqrt{48} \end{array}\right\} \Rightarrow b > a$ **b)** $\begin{cases} a = 5\sqrt{3} \\ b = 6\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 75 \\ b^2 = 72 \end{cases} \Rightarrow a > b$

Reprezentarea pe axa prin aproximari

Faptul ca multimea numerelor reale este compusa din multimea numerelor rationale si multimea numerelor irationale, ramane doar sa aratam cum se reprezinta pe axa un numar irrational.	**Exemplu:** Sa se reprezinte pe axa numerelor numarul $2\sqrt{6}$. $\left(2\sqrt{6}\right)^2 = 24$; $16 < 24 < 25 \Rightarrow 4 < 2\sqrt{6} < 5$. 

N⊂Z⊂Q⊂R

Fie multimea

$$A = \left\{ -3; 2; \frac{1}{2}; \sqrt{8}; 2,15; -\frac{2}{5}; \frac{\sqrt{16}}{3}; 0; 2,(12); 5; \pi \right\}$$

$A \cap N = \{2;0;5\}$

$A \cap Z = \{-3;2;0;5\}$

$A \cap Q = \left\{ -3;2;\frac{1}{2};2,15;-\frac{2}{5};\frac{\sqrt{16}}{3};0;2,(12);5 \right\}$

$A \cap (R - Q) = \{\sqrt{8};\pi\}$

$\Rightarrow$ **N⊆Z⊆Z⊆Q⊆R**

Reguli de calcul cu radicali

1) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} = \sqrt{a\cdot b}$ **;** **2)** $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ **;** **3)** ***Introducerea factorilor sub radical:*** $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2\cdot b}$ **;** **4)** ***Scoaterea factorilor de sub radical:*** $\sqrt{a^2\cdot b} = a\sqrt{b}$ **;** **5)** ***Rationalizarea numitorilor:*** $^{\sqrt{n})}\dfrac{a}{m\sqrt{n}} = \dfrac{a\sqrt{n}}{m\cdot n}$ **.**	**Exemple: 1)** $\sqrt{2}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{2\cdot 5} = \sqrt{10}$ **;** **2)** $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\dfrac{8}{6}} = \sqrt{\dfrac{4}{3}}$ **;** **3)** $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2\cdot 2} = \sqrt{18}$ **;** **4)** $\sqrt{32} = \sqrt{16\cdot 2} = 4\sqrt{2}$ **;** **5)** $^{\sqrt{5})}\dfrac{3}{2\sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{2\cdot 5} = \dfrac{3\sqrt{5}}{10}$ **.**

Operatii cu numere reale

▪ *Intr-un exercitiu de calcul aritmetic ce contine mai multe operatii cu numere reale se efectueaza mai intai ridicarile la puteresi scoaterea factorilor de sub radicali, apoi inmultirile si impartirile in ordinea in care sunt scrise si apoi adunarile si scaderile, la fel, in ordinea in care sunt scrise.* ▪ *In exercitiile de calcul aritmetic care contin paranteze se efectueaza mai intai calculele din parantezele mici (rotunde), apoi cele din paranteze mari (drepte) si apoi cele din accolade.* ▪ *Daca in fata unei paranteze ce contine un numar real sau o suma/diferenta de numere reale se afla simbolul „–", atunci se poate elimina semnul si paranteza, scriind numerele din paranteza cu semnul schimbat.*	**Exemplu:** $\left[\left(24\sqrt{6}-12\sqrt{8}\right):\left(-6\sqrt{2}\right)\right]:\left(4-\sqrt{48}\right)=$ $=\left[\left(24\sqrt{6}-24\sqrt{2}\right):\left(-6\sqrt{2}\right)\right]:\left(4-4\sqrt{3}\right)=$ $=\left[24\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right):\left(-6\sqrt{2}\right)\right]:\left(4-4\sqrt{3}\right)=$ $=\left[-4\left(\sqrt{3}-1\right)\right]:4\left(1-\sqrt{3}\right)=$ $=\left[4\left(1-\sqrt{3}\right)\right]:4\left(1-\sqrt{3}\right)=1.$

Media geometrica a doua numere reale positive

Media geometrica (proportionala) se calculeaza cu: $m_g=\sqrt{a\cdot b},\ \ unde\ \ a\geq 0\ \ si\ \ b\geq 0.$	**Exemplu:** Daca $a=12,\ \ b=27$**;** $m_g=\sqrt{12\cdot 27}=\sqrt{324}=18.$

Exercitii propuse spre rezolvare

1.Sa se efectueze : $[1{,}05-9\frac{1}{11}(0{,}1125-0{,}0025)]:[(0{,}175:0{,}25+1\frac{3}{4}\bullet 4):1{,}54]+0{,}95$

2.Un elev citeste in prima zi $\frac{3}{7}$ din numarul paginilor unei carti iar a doua zi restul de 60 pagini. Cate pagini are cartea si cat a citit elevul in prima zi ?

3.Ce suma a avut un elev, care daca dupa ce a cheltuit $\frac{3}{5}$ din ea, apoi $\frac{3}{4}$ din cat i-a mai ramas, apoi inca 34 de lei, constata ca mai are 14 lei ?

4. Se da: $x=\sqrt{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)-\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}+\sqrt{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}$

Sa se calculeze x^6.

5. Determinati valoarea de adevar a propozitiilor:

P_1: $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}\notin N$;

P_2: $\sqrt{\left(\sqrt{5}-2\right)^2}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}\in N$;

P_3: $\sqrt{5n+7}\notin N$, oricare ar fi $n\in N$.

6. Precizati daca numarul A= $\sqrt{4+\sqrt{15}}-\sqrt{4-\sqrt{15}}-\sqrt{6}$ este negativ, pozitiv sau nul.

7. Fie numarul $a=\sqrt{10-\sqrt{19}}-\sqrt{10+\sqrt{19}}$

a) numarul a este pozitiv sau negativ?

b) aratati ca $a^2=2$;

c) calculati $(a+\sqrt{2})^{100}$.

Scoala Sarichioi, Judetul Tulcea

LUCRARE DE VERIFICARE CLASA a VII-a

MULTIMEA NUMERELOR REALE

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 100 minute.**
- **Se acorda 10 puncte din oficiu.**

SUBIECTUL I (50 puncte) – Pe lucrare se trec numai rezultatele.

4p **1.** a) Rezultatul calculului $\sqrt{25}+\sqrt{49}$ este egal cu …

4p b) Rezultatul calculului $\sqrt{3^2}+\sqrt{4^2}$ este egal cu …

4p c) Rezultatul calculului $\sqrt{3^2+4^2}$ este egal cu …

4p **2.** a) $\sqrt{4{,}4944}$ este egal cu …

4p b) $\left\{2;\ 3\sqrt{2};\ \frac{2}{5};\ \sqrt{9};\ \pi;\ -4,(7)\right\}-Q=\{........\}$

4p c) Rationalizand numitorul fractiei $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{6}}$ se obtine fractia ….

4p **3.** a) Dintre numerele $a=4\sqrt{6}$ si $b=3\sqrt{11}$ mai mare este numarul …

4p b) $\left|2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right|$ este egal cu ….

4p c) Cel mai mare numar natural dar mai mic decat $3\sqrt{5}$ este egal cu ….

4p **4.** a) Dupa introducerea factorului sub radical, $3\sqrt{5}$, se obtine numarul …

4p b) Dupa scoaterea factorului de sub radical, $2\sqrt{72}$, se obtine numarul ….

6p c) Media geometrica a numerelor $a=2\sqrt{2}$ si $b=2\sqrt{8}$ este egala cu …

SUBIECTUL II (40 puncte) – Pe lucrare scrieti rezolvarile complete.

5p **1.** a) Calculati: $2\sqrt{3}+0,(6)\sqrt{27}-2{,}5\sqrt{12}$

7p b) Sa se arate ca $a\in Q$, unde

$$a=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}+...+\frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2024}}{\sqrt{2025\cdot 2024}}.$$

5p **2.** a) Sa se rezolve ecuatia $1518x = 37 + 38 + 39 + \dots + 128$.

7p b) Sa se arate ca numarul $S=6^1+6^2+6^3+...+6^{100}$ este divizibil cu 42.

6p c) Sa se calculeze suma $S=\frac{17}{24}+\frac{1717}{2424}+\frac{171717}{242424}+\frac{17171717}{24242424}$.

3. La extemporalul de matematica elevii au avut de rezolvat doua probleme. Stiind ca 80% au rezolvat prima problema, 60% au rezolvat cea de-a doua probleme si 8 elevi au rezolvat ambele probleme, sa se calculeze:

5p a) Numarul elevilor din clasa.

5p b) Cati elevi au rezolvat prima problema.

Propunator: prof. TIT CUPRIAN

3. Calcul algebric

Calcule cu numere reale reprezentate prin litere

Termenii de forma **cl** unde **c**, numit coeficientul termenului, reprezinta un numar, iar, ***l***, partea literala a termenului, este formata din numere reprezentate prin litere, eventual, cu diversi exponenti, ii numim termeni asemenea daca partile lor literale sunt identice, iar adunarea lor se numeste reducerea termenilor asemenea.	**Exemple:** 1) Perechi de termeni asemenea: $2xy^2 si 5xy^2$; $-5x^2y^3 si +4x^2y^3$. 2) Adunarea: $3xy + 2xy^2 + 5xy - 4xy^2 = 8xy - 2xy^2$. 3) Inmultirea: $3x \cdot (-2xy^2) \cdot (-4x^2y) = 24x^4y^3$. 4) Impartirea: $28x^4y^5 : (7x^3y^3) = 4xy^2$. 5) Ridicarea la o putere: $(-2x^2yz^3)^3 = -8x^6y^3z^9$.

Formule de calcul prescurtat

Formule utilizate:	**Exemple:**
1) Produsul dintre un numar si o suma/diferenta: $a(b \pm c) = ab \pm ac$	1) $2x(x+3) = 2x^2 + 6x$
2) Patratul unui binom: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	2) $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$
3) *Patratul unui trinom: $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$	3) $(x^2 + 2x + 3)^2 = x^4 + 4x^3 + 10x^2 + 12x + 9$
4) Produsul sumei cu diferenta: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	4) $(3x+5)(3x-5) = 9x^2 - 25$
5) Produsul a doua paranteze: $(a+b)(m+n) = a(m+n) + b(m+n)$	5) $(x+2)(x-5) = x^2 - 3x - 10$

Descompuneri in factori

Formule utilizate: 1) Scoaterea factorului comun: $ab \pm ac = a(b \pm c)$ 2) Restrangerea patratului unui binom: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 3) Diferenta de patrate: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 4) Descompunerea unui trinom de forma: $x^2 + mx + n$; daca $a \cdot b = n \quad si \quad a + b = m \quad a,b \in Z$ atunci: $x^2 + mx + n = (x+a)(x+b)$.	**Exemple:** 1) $15x^2 - 25x = 5x(3x-5)$; 2) $9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$; 3) $4x^2 - y^2 = (2x+y)(2x-y)$; 4) $x^2 - x - 12 = (x+3)(x-4)$.

Ecuatia de forma $x^2 = a$, unde $a \in Q_+$.

De retinut: **Doua numere reale opuse au acelasi patrat.** Rezolvarea unei ecuatii de forma $x^2 = a$, unde $a \in Q_+$: ➪Daca $x^2 = a$, atunci avem: $\begin{cases} x_1 = +\sqrt{a} \\ x_2 = -\sqrt{a} \end{cases}$	**Exemplu:** 1) $x^2 = 36 \Rightarrow x = \sqrt{36} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +6 \\ x_2 = -6 \end{cases}$ 2) $x^2 = 484 \Rightarrow x = \sqrt{484} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +22 \\ x_2 = -22 \end{cases}$

Scoala Sarichioi, Judetul Tulcea

LUCRARE DE VERIFICARE CLASA a VII-a

CALCUL ALGEBRIC

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 100 minute.**
- **Se acorda 10 puncte din oficiu.**

SUBIECTUL I (50 puncte) – Pe lucrare se trec numai rezultatele.

4p **1.** a) Rezultatul calculului $2a^2 - 5a^2 + 4a^2$ este …

4p b) Rezultatul calculului $3x \cdot (-2x^2)$ este …

4p c) Rezultatul calculului $-12x^5 : (-4x^3)$ este …

4p **2.** a) $5x(2x-3)$ este egal cu …

4p b) $(x+4)^2$ este egal cu …

4p c) $(x+3)(x-3)$ este egal cu …

4p **3.** a) Forma descompusa a $15x^2 - 10x$ este …….

4p b) Forma descompusa a $x^2 - 6x + 9$ este …….

4p c) Forma descompusa a $9x^2 - 64$ este …….

4p **4.** a) Solutiile ecuatiei $x^2 = 16$ sunt ……si……

6p b) Solutiile reale ale ecuatiei $x^4 = 16$ sunt {……….}.

4p c) Valoarea expresiei $15x^2 - 10x$ pentru $x = -2$ este egala cu …

SUBIECTUL II (40 puncte) – Pe lucrare scrieti rezolvarile complete.

1. Sa se calculeze:

5p a) $4056^2 - 3056^2$

5p b) $345^2 - 45^2$

6p **2.** a) Sa se calculeze: $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$.

5p b) Sa se calculeze media aritmetica a numerelor $a = \left(\sqrt{14} + \sqrt{10}\right)^2$ si $b = \left(\sqrt{14} - \sqrt{10}\right)^2$.

7p c) Sa se calculeze media geometrica a numerelor $a = \left(\sqrt{14} + \sqrt{10}\right)^2$ si $b = \left(\sqrt{14} - \sqrt{10}\right)^2$.

3. Fie expresia $E = x^2 + x - 2xy + y^2 - y$.

5p a) Aflati valoarea lui E pentru $x = 4$ si $y = 3$.

7p b) Aflati valoarea lui E pentru $x - y = -1$

Propunator: prof. TIT CUPRIAN

4. Ecuatii si sisteme de ecuatii

Proprietati ale relatiei de egalitate in multimea numerelor reale

1. Oricare ar fi numerele reale ***a, b, c, d,*** daca ***a = b*** si ***c = d*** atunci ***a + c = b + d;*** **2.** Oricare ar fi numerele reale ***a, b, c, d,*** daca ***a = b*** si ***c = d*** atunci ***a - c = b - d;*** **3.** Oricare ar fi numerele reale ***a, b, c, d,*** daca ***a = b*** si ***c = d*** atunci ***a · c = b · d;*** **4.** Oricare ar fi numerele reale ***a, b, c, d,*** $c \neq 0, d \neq 0$, daca ***a = b*** si ***c = d*** atunci ***a : c = b : d.***	**<u>Exemplu</u>** Folosind proprietatile egalitatilor, afla ***x*** precizand de fiecare data ce proprietate s-a folosit: $x - \frac{4}{5} = \frac{5}{4} \Big\vert \cdot 20$ ↳ <u>proprietatea **3**.</u> $20x - 16 = 25$ $20x - 16 + 16 = 25 + 16$ ↳ <u>proprietatea **1**.</u> $20x = 41 \vert : 20$ ↳ <u>proprietatea **4**.</u> $x = \frac{41}{20}.$

Ecuatii de forma *ax* + *b* = 0, *a*,*b*∈R; multimea solutiilor

• **Propozitia cu o variabila de forma *ax* + *b* = 0 se numeste ecuatie cu o necunoscuta, unde a si b sunt numere reale.** • **Intr-o ecuatie avem „dreptul” de a trece termeni dintr-un membru in alt membru cu semnul schimbat.** • **Intr-o ecuatie avem „dreptul” de inmulti/imparti egalitatea cu un numar diferit de zero. Procedeul este utilizat pentru eliminarea numitorilor si la final aflarea necunoscutei.**	**Exemplu:** $3x + 3 = x\sqrt{2} + \sqrt{2}$ $\Rightarrow 3x - x\sqrt{2} = \sqrt{2} - 3$ $\Rightarrow x(3 - \sqrt{2}) = -(3 - \sqrt{2})$ $\Rightarrow x = \frac{-(3-\sqrt{2})}{3-\sqrt{2}} = -1.$

Ecuatii echivalente

Doua ecuatii care au acelasi domeniu de variatie si aceeasi multime de solutii se numesc **ecuatii echivalente.**	**Exemplu:** Ecuatiile $2x = 8 \quad si \quad x + 3 = 7$ sunt echivalente relative la **R,** deoarece au acelasi domeniu de variatie, **R** si aceeasi multime de solutii **{4}.**

Sisteme de ecuatii

Forma generala a unui sistem de doua ecuatii cu doua necunoscute: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ Metode algebrice de rezolvare: 1) Metoda substitutiei: ▪ Se afla dintr-o ecuatie o necunoscuta in functie de cealalta necunoscuta; ▪ Se introduce valoarea acestei necunoscute in cealalta ecuatie si se rezolva ecuatia; ▪ Se afla cealalta necunoscuta. 2) Metoda reducerii: ▪ Se alege o necunoscuta cu scopul de a fi „redusa” si se identifica coeficientii sai; ▪ Se afla c.m.m.m.c. al coeficientilor si se inmultesc ecuatiile astfel incat sa se obtina coeficientii necunoscutei numere opuse; ▪ Se aduna ecuatiile si se obtine o ecuatie cu o singura necunoscuta, dupa care se rezolva; ▪ La fel se procedeaza cu cealalta necunoscuta.	**Exemple:** 1) <u>Metoda substitutiei:</u> $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$ din $2x + y = 5 \Rightarrow y = 5 - 2x$; Introducem pe $y = 5 - 2x$ in $3x - 2y = -3$ $\Rightarrow 3x - 2(5 - 2x) = -3 \Rightarrow 3x - 10 + 4x = -3 \Rightarrow 7x = 7 \Rightarrow x = 1$ Introducem pe $x = 1$ in $y = 5 - 2x \Rightarrow y = 5 - 2 \cdot 1 = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}.$ 2) Metoda reducerii: $\begin{cases} 2x + y = 5 \vert \cdot 2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$ $7x = 7 \Rightarrow x = 1;$ $\begin{cases} 2x + y = 5 \vert \cdot 3 \\ 3x - 2y = -3 \vert \cdot (-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + 3y = 15 \\ -6x + 4y = 6 \end{cases}$ $7y = 21 \quad \Rightarrow y = 3$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

Proprietati ale relatiei de inegalitate „≤” pe multimea R

<table>
<tr><td>

1) Oricare ar fi numerele reale ***a, b, c, d,*** daca ***a*** ≤ ***b*** si ***c = d*** atunci ***a + c*** ≤ ***b + d;***
2) Oricare ar fi numerele reale ***a, b, c, d,*** daca ***a*** ≤ ***b*** si ***c = d*** atunci ***a − c*** ≤ ***b − d;***
3) Oricare ar fi numerele reale ***a, b, c, d,*** daca ***a*** ≤ ***b*** si ***c = d*** si pozitive, atunci ***a · c*** ≤ ***b · d*** si ***a :c ≤ b :d*** daca ***c*** si ***d*** sunt diferite de zero.
4) Oricare ar fi numerele reale **a** si **b**, daca **a ≤ b** si **k** < 0, atunci: **a · k ≥ b · k** sau **a : k ≥ b : k.**

</td><td>

Exemplu:
Folosind proprietatile inegalitatilor, afla ***x*** precizand de fiecare data ce proprietate s-a folosit:

$-x-\frac{4}{5}\leq\frac{5}{4}\Big|\cdot 20$ ↳ proprietatea **3.**

$-20x-16\leq 25$

$-20x-16+16\leq 25+16$ ↳ proprietatea **1.**

$-20x\leq 41\Big|:(-20)$ ↳ proprietatea **4.**

$x\geq-\frac{41}{20}$.

</td></tr>
</table>

Inecuatii de forma $ax + b > 0$, $(<,\leq,\geq)$, $a,b\in$R cu x in Z

<table>
<tr><td>

- **Propozitia cu o variabila de forma *ax + b* > 0 se numeste inecuatie cu o necunoscuta, unde a si b sunt numere reale.**
- **Intr-o inecuatie avem ,,dreptul” de a trece termeni dintr-un membru in alt membru cu semnul schimbat.**
- **Intr-o inecuatie avem ,,dreptul” de inmulti/imparti inegalitatea cu un numar diferit de zero. Procedeul este utilizat pentru eliminarea numitorilor si la final aflarea necunoscutei. Daca o inecuatie se va inmulti/imparti cu un numar negativ atunci sensul inegalitatii se schimba.**

</td><td>

Exemplu:

$2x-7<5x-16$

$\Rightarrow 2x-5x<-16+7$

$\Rightarrow -3x<-9\Big|:(-3)$

$\Rightarrow x>3$

</td></tr>
</table>

Probleme ce se rezolva cu ajutorul ecuatiilor, al sistemelor si al inecuatiilor

<table>
<tr><td>

Etapele de rezolvare a unei probleme:

1. Stabilirea datelor cunoscute si a celor necunoscute din problema.
2. Alegerea necunoscutei (necunoscutelor) si exprimarea celorlalte date necunoscute in functie de aceasta (acestea).
3. Alcatuirea unei ecuatii (sistem de ecuatii) cu necunoscuta (necunoscutele) aleasa (alese), folosind datele problemei.
4. Rezolvarea ecuatiei (sistemului de ecuatii).
5. Verificarea solutiei.
6. Formularea concluziei problemei.

</td><td>

Exemplu:
Suma a trei numere este egala cu 43. Stiind ca numarul cel mai mare este dublul celui mijlociu si numarul cel mai mic este cu 17 mai mic decat cel mai mare, aflati cele trei umere.
Rezolvare:
Stiind ca suma este egala cu 43, trebuie sa exprimam valorile a doua numere in functie de valoarea celui de-al treilea numar;
Fie *x* numarul mjlociu. Din datele problemei rezulta ca 2*x* este cel mai mare numar iar 2*x*–17 este cel mai mic numar.
Obtinem ecuatia:
$x+2x+2x-17=43$ pe care o rezolvam:

$5x-17=43$

$5x=43+17$

$5x=60$

$x=12$

Deci 12 este numarul mijlociu, 2·12 = 24 este numarul cel mare si 24 – 17 = 7 este numarul mic.
Verificam: 7 + 12 + 24 = 43.

</td></tr>
</table>

LUCRARE DE VERIFICARE CLASA a VII-a

ECUATII SI SISTEME DE ECUATII

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 100 minute.**
- **Se acorda 10 puncte din oficiu.**

SUBIECTUL I (50 puncte) – Pe lucrare se trec numai rezultatele.

4p **1.** a) Solutia ecuatiei $3x-9=0$ este $x=....$

4p b) Solutia ecuatiei $3x-7=x+1$ este $x=....$

4p c) Solutia ecuatiei $4x-a=0$ este $x=2$ pentru $a=....$

4p **2.** a) Solutia sistemului $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$ este $\begin{cases} x=.... \\ y=.... \end{cases}$

4p b) Solutiile naturale ale inecuatiei $2x-5<1$ sunt $S=\{.......\}$

4p c) Stabiliti valoarea de adevar a propozitiei: Ecuatiile $x+3=7$ si $3x-2=10$ sunt echivalente.

4p **3.** a) Solutia sistemului $\begin{cases} x=8 \\ x-y=3 \end{cases}$ este $\begin{cases} x=.... \\ y=.... \end{cases}$

4p b) Fie $x+xy-12=0$. Daca $x=3$ atunci $y=......$

4p c) Solutia ecuatiei $\frac{15}{x}=\frac{5}{2}$ este $x=....$

4. Fie ecuatia $|x+4|=9$.

6p a) Radacina negativa a ecuatiei este ……

4p b) Suma radacinilor ecuatiei date este egala cu ….

4p c) Produsul radacinilor ecuatiei date este egal cu ….

SUBIECTUL II (40 puncte) – Pe lucrare scrieti rezolvarile complete.

10p **1.** Rezolvati sistemul de ecuatii: $\begin{cases} 2x+5y=16 \\ 7x-6y=-4 \end{cases}$

6p **2.** a) Aratati ca ecuatia: $|x+3|+|3x-2|=0$ nu are solutii.

7p b) Sa se rezolve ecuatia $x+2x+3x+...+99x=495$.

5p c) Daca impartim numarul 18 la *x* si adunam la rezultat pe 16 obtinem numarul 19. Sa se determine numarul *x*.

3. Un croitor pentru confectionarea unei bluze consuma 2m de stofa iar pentru o rochie consuma 3m de stofa.

5p a) Daca in total a consumat 30m de stofa si a confectionat 11 de articole, sa se afle cate bluze si cate rochii a confectionat croitorul.

7p b) Sa se afle numarul posibil de rochii si bluze ce pot fi confectionate din 40m de stofa.

Propunator: prof. TIT CUPRIAN

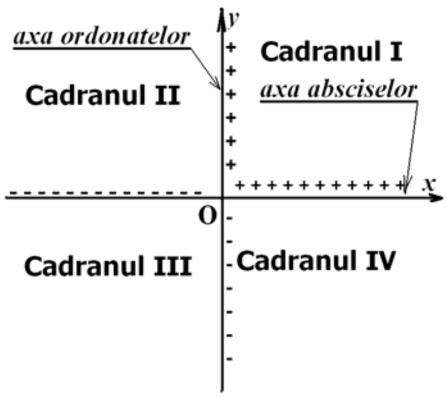
5. Elemente de organizare a datelor si calculul probabilitatilor

Produsul cartezian a doua multimi nevide

$$AXB = \{(x, y) \mid x \in A \quad si \quad y \in B\}$$

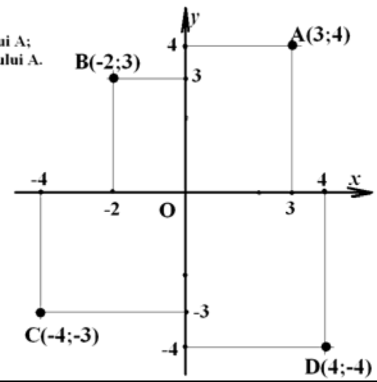
Exemplu:
A={1;2;3}, B={4;5}
$AXB = \{(1;4),(1;5),(2;4),(2;5),(3;4),(3;5)\}$

Reprezentarea intr-un sistem de axe perpendiculare

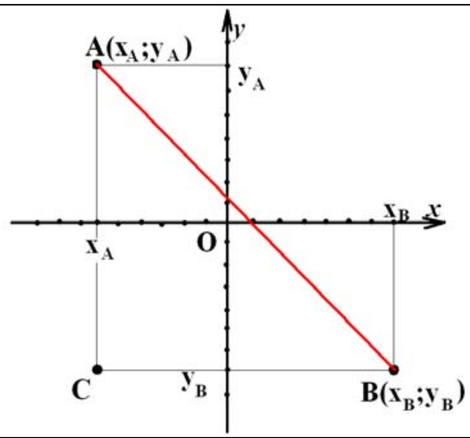


Exemplu:

A(3;4)
3=abscisa punctului A;
4=ordonata punctului A.
B(-2;3)
C(-4;-3)
D(4;-4)



Distanta dintre doua puncte din plan



- Reprezentam cele doua puncte intr-un sistem de axe perpendiculare (sistem ortogonal de doua axe);
- Ducem din A o perpendiculara ape Ox si din B pe Oy pana se intersecteaza in C;
- Aflam distanta de la A la C si de la B la C;
- Aplicam teorema lui Pitagora in ΔABC si aflam lungimea lui AB.

Sau daca puteti sa retineti formula:

$$AB = \sqrt{|x_A - x_B|^2 + |y_A - y_B|^2}$$

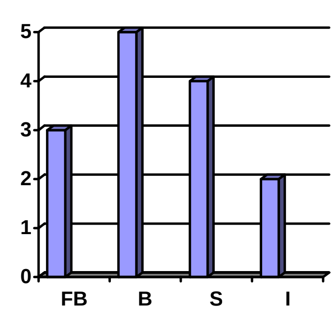
Reprezentarea si interpretarea unor dependente functionale prin tabele, diagrame si grafice.

*Intr-o clasa, in urma unui test la matematica, s-au obtinut urmatoarele rezultate: 3 elevi au luat calificativul **FB**, 5 elevi au luat calificativul **B**, 4 elevi au luat calificativul **S** si 2 elevi au luat calificativul **I.** Sa se reprezinte in mai multe moduri aceasta situatie.*

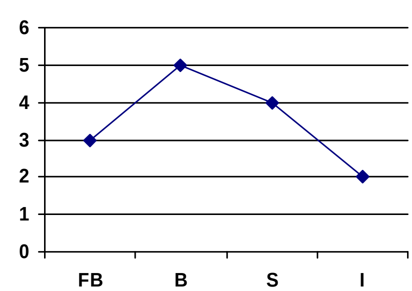
Reprezentarea prin tabel

Calificativ	**FB**	**B**	**S**	**I**
Nr. elevi	3	5	4	2

Reprezentarea prin diagrama



Reprezentarea prin grafic



Calculul probabilitatilor

Probabilitatea de realizare a unui eveniment este egala cu raportul dintre numarul cazurilor favorabile ($\boldsymbol{n_f}$) si numarul total de cazuri posibile ($\boldsymbol{n_p}$). $\boxed{P = \frac{nr\ \ cazuri\ \ favorabile}{nr\ \ cazuri\ \ posibile}}$	**Exemplu:** Intr-o urna sunt 15 bile rosii, 18 bile albe si 27 bile negre. Care este probabilitatea ca extragand la intamplare o bila, aceasta sa fie neagra? $P = \frac{nr\ \ cazuri\ \ favorabile}{nr\ \ cazuri\ \ posibile} = \frac{27}{15+18+27} = \frac{27}{60} = \frac{9}{20} = 45\%$

Scoala Sarichioi, Judetul Tulcea

LUCRARE DE VERIFICARE CLASA a VII-a

ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 50 minute.**
- **Se acorda 10 puncte din oficiu.**

Pe lucrare scrieti rezolvarile complete.

1. Intr-un sistem ortogonal xOy sunt punctele A(-3;-4), B(5;4), C(5;0)

10p a) Reprezentati cele trei puncte.

10p b) Aflati distanta dintre punctele A si B.

10p c) Aflati perimetrul triunghiului ABC.

10p d) Aflati aria triunghiului ABC.

2. In urma unui test la matematica elevii unei clase au obtinut urmatoarele rezultatele conform tabelului de mai jos:

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Nr. de note	1	2	3	4	5	3	2

5p a) Aflati numarul de elevi din clasa.

10p b) Aflati media clasei.

10p c) Reprezentati printr-o diagrama repartitia notelor.

3. Intr-o urna sunt 3 bile albe si 5 bile negre.

10p a) Care este probabilitatea ca extragand la intamplare o bila aceasta sa fie neagra?

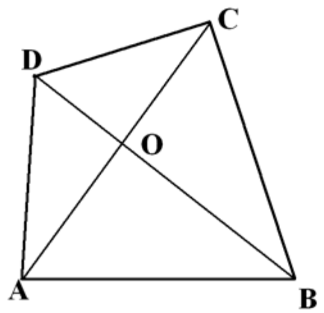
15p b) Care este probabilitatea ca extragand la intamplare doua bile, acestea sa fie ambele negre?

Propunator: prof. TIT CUPRIAN

GEOMETRIE

1. Patrulatere

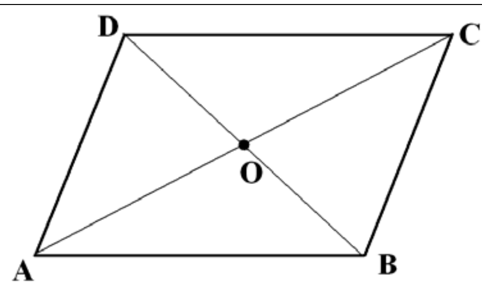
Patrulater convex; suma masurilor unghiurilor



Patrulaterul convex este patrulaterul in care punctual de intersectie al celor doua diagonale se afla in interiorul acestuia (mai sunt si alte definitii)**.**

- Are 4 laturi (AB, BC, CD, AD);
- Are doua diagonale (AC, BD);
- Are 4 varfuri (A, B, C, D);
- **Suma masurilor unghiurilor intr-un patrulater convex este egala cu 360^0.**

Paralelogram; proprietati



Paralelogramul este patrulaterul convex cu laturile opuse paralele doua cate doua.

Proprietati:

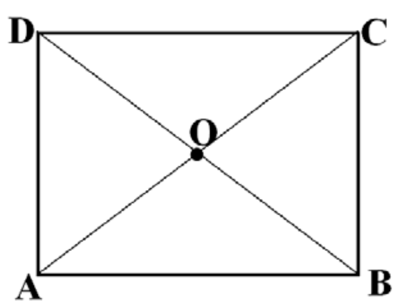
1. Laturile opuse sunt congruente doua cate doua.
   [AB]≡[CD]; [BC]≡[AD] .

   Unghiurile opuse sunt congruente, <A≡<C si <B≡<D;

2. Unghiurile alaturate sunt suplementare, m(<A)+m(<B)=180^0 si m(<B)+m(<C)=180^0;

4. Intr-un paralelogram diagonalele se intersecteaza injumatatindu-se, [OA]≡[OC]; [OB]≡[OD] .

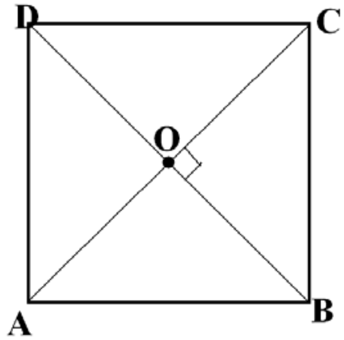
Paralelograme particulare; proprietati



Dreptunghiul = este paralelogramul cu un unghi drept.

Alte proprietati:

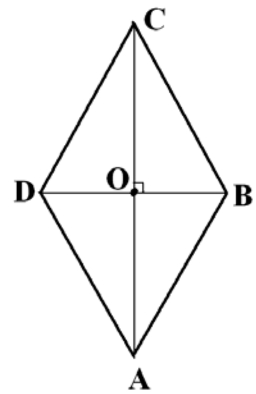
1. Toate unghiurile sunt congruente si de 90^0.
2. Diagonalele sunt congruente.



Patratul = este paralelogramul cu toate laturile congruente si unghiurile de 90^0.

Alte proprietati:

1. Toate laturile sunt congruente;
2. Toate unghiurile sunt congruente si de 90^0;
3. Diagonalele sunt congruente;
4. Diagonalele se intersecteaza perpendicular un ape cealalta;
5. Diagonalele sunt si bisectoarele unghiurilor.



Rombul

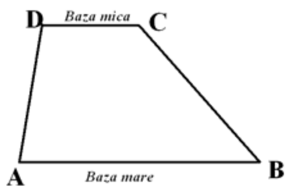
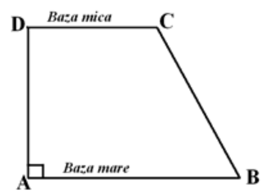
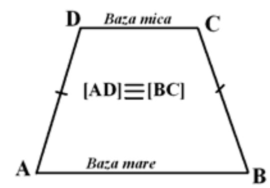
Alte proprietati:

1. Toate laturile sunt congruente;
2. Diagonalele sunt perpendiculare;
3. Diagonalele sunt si bisectoarele unghiurilor.

Trapez - clasificare; trapez isoscel – proprietati

***Definitie*. Trapezul este patrulaterul care are doua laturi opuse paralele.**

In orice trapez, unghiurile alaturate unei laturi neparalele sunt suplementare.

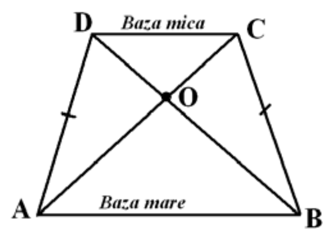
Trapez oarecare	*Trapez dreptunghic*	*Trapez isoscel*
		

TRAPEZ ISOSCEL

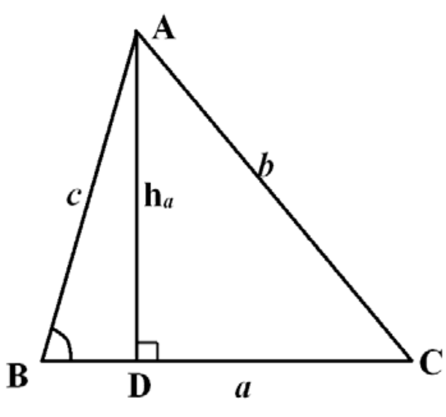
⬣Trapezul isoscel este trapezul care are laturile neparalele congruente; **AD=BC**.

⬣Unghiurile de la baza sunt congruente**;<A≡<B si <C≡<D**.

⬣Diagonalele sunt congruente; **BD=AC**.



Arii – triunghiuri si patrulatere



ARIA UNUI TRIUNGHI

- $A = \dfrac{baza \cdot inaltimea}{2} = \dfrac{a \cdot h_a}{2}$;
- $A = \dfrac{AB \cdot BC \cdot \sin B}{2}$;
- $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

unde $p = \dfrac{a+b+c}{2}$;

- **Este de folos a se retine**:

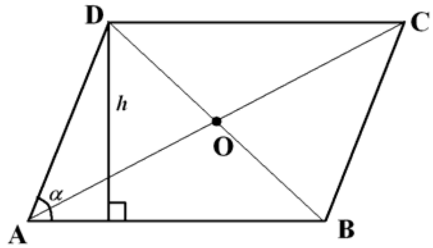
$$A = \frac{abc}{4R} = p \cdot r \ , \quad \text{unde:}$$

$$\begin{cases} R = raza \quad cercului \quad cicumscris \quad triunghiului \\ r = raza \quad cercului \quad inscris \quad triunghiului \end{cases}$$

Cazuri particulare:

a) triunghi dreptunghic: $A = \dfrac{cateta \cdot cateta}{2}$

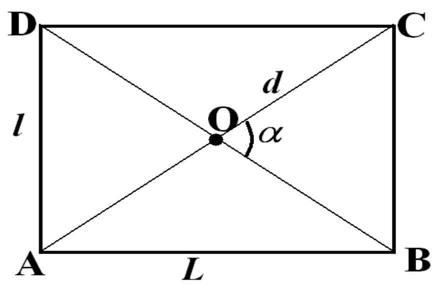
b) triunghi echilateral: $A = \dfrac{l^2\sqrt{3}}{4}$

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>

ARIA UNUI PARALELOGRAM

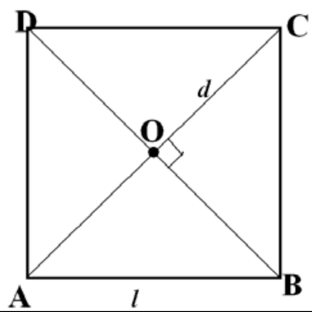
- $A = baza \cdot inaltimea = AB \cdot h$
- $A = AB \cdot AD \cdot \sin\alpha$

</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>

ARIA UNUI DREPTUNGHI

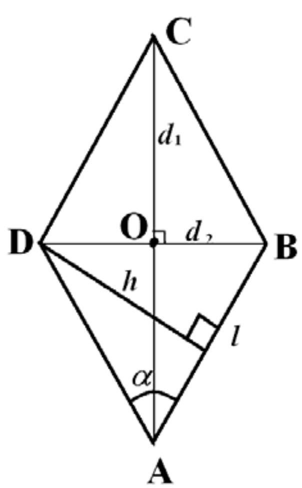
- $A = L \cdot l$
- $A = \dfrac{d^2 \cdot \sin\alpha}{2}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>

ARIA UNUI PATRAT

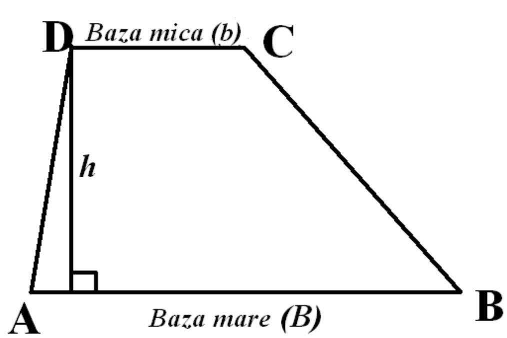
- $A = l^2$
- $A = \dfrac{d^2}{2}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>

ARIA UNUI ROMB

- $A = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$
- $A = l \cdot h$
- $A = l_2 \cdot \sin\alpha$

</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>

ARIA UNUI TRAPEZ

$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

</td>
</tr>
</table>

Scoala Sarichioi, Judetul Tulcea

LUCRARE DE VERIFICARE CLASA a VII-a

PATRULATERE

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 100 minute.**
- **Se acorda 10 puncte din oficiu.**

SUBIECTUL I (50 puncte) – Pe lucrare se trec numai rezultatele.

4p **1.** a) Paralelogramul cu un unghi drept se numeste …….
4p b) Intr-un romb diagonalele sunt ……… unghiurilor.
4p c) Intr-un dreptunghi diagonalele sunt ……. Intre ele.

4p **2.** a) Perimetrul unui patrat cu latura de 3cm este egal cu …. cm.
4p b) Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 12cm si latimea de 5cm este egal cu …. cm.
4p c) La un romb unghiul dintre diagonale este egal cu ….. ^{0}.

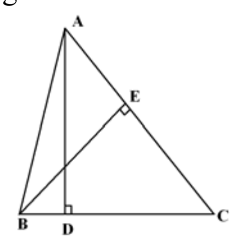
4p **3.** a) Suma masurilor unghiurilor intr-un patrulater convex este egala cu … ^{0}.
4p b) Fie ABCD un paralelogram. Suma masurilor unghiurilor DAB si ABC este egala cu … ^{0}.
4p c) Intr-un paralelogram unghiurile opuse sunt …………

4p **4.** a) Aria unui patrat cu latura de 5cm este egala cu …..cm^2.
4p b) Aria unui romb cu diagonalele de 6 si 10cm este egala cu …..cm^2.
6p c) Aria unui trapez cu linia mijlocie de 10cm si inaltimea de 6cm este egala cu …..cm^2.

SUBIECTUL II (40 puncte) – Pe lucrare scrieti rezolvarile complete.

1. Fie paralelogramul ABCD, astfel incat mediatoarea ***d*** a laturii [BC] intersecteaza pe [AB] in mijlocul sau N si pe [BC] in M.
5p a) Demonstrati ca AC si BC sunt perpendiculare.
5p b) Fie {P} = ***d***$\cap$BD. Demonstrati ca PO = PB unde {O} = AC$\cap$BD.
5p c) Daca AC = 16cm si BC = 12cm aflati aria lui ABCD si aria triunghiului BMN.

2. In figura alaturata aveti triunghiul ABC cu BC = 12cm,
5p a) AC = 16cm, AD$\perp$BC, BE$\perp$AC, AD = 12cm.
Aflati aria triunghiului ABC.
5p b) Aflati lungimea lui BE.

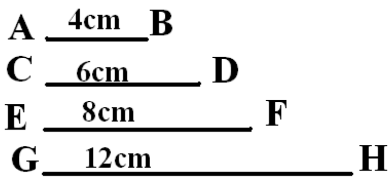
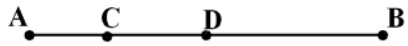


3. In trapezul ABCD, AB = 20cm-baza mare, CD = 12cm-baza mica si inaltimea de 6cm.
5p a) Calculati aria trapezului.
5p b) Aflati lungimea liniei mijlocii si a segmentului de pe linia mijlocie cuprins intre diagonale.
5p c) Daca dimensiunile trapezului se dubleaza, sa se calculeze aria trapezului.

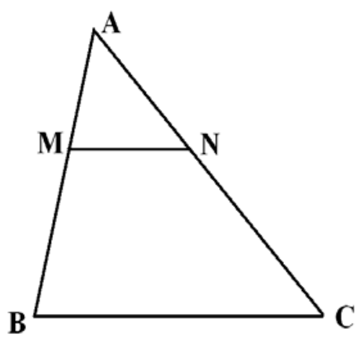
Propunator: prof. TIT CUPRIAN

2. <u>Asemanarea triunghiurilor</u>

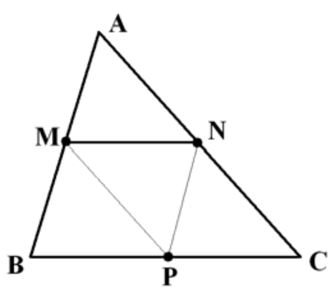
Segmente proportionale

	***Patru segmente sunt proportionale daca cu lungimile lor se poate forma o proportie.*** $$\frac{4}{8}=\frac{6}{12} \Rightarrow \frac{AB}{EF}=\frac{CD}{GH}$$
Cum impartim un segment dat in mai multe parti proportionale cu numere date? **De exemplu,** impartiti un segment AB=42 cm in 3 parti proportionale cu numerele 3, 4 si 7.	**Rezolvare:**  $\Rightarrow \frac{AC}{3}=\frac{CD}{4}=\frac{DB}{7}=\frac{AC+CD+DB}{3+4+7}=\frac{42}{14}=3$ $\Rightarrow AC=3\cdot 3=9;\quad CD=4\cdot 3=12;\quad DB=7\cdot 3=21$

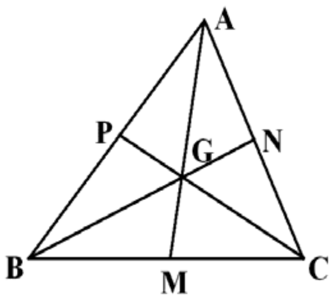
Teorema lui Thales

	**Teorema.** ***O paralela dusa la o latura intr-un triunghi determina pe celelalte doua (sau pe prelungirile lor) segmente proportionale.*** $$\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}$$
	Aplicatie. Daca AB=6, AC=9, AM=2 sa se afle lungimea lui NC. $\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}\Rightarrow\frac{2}{4}=\frac{9-x}{x}\Rightarrow$ $\Rightarrow 2x=36-4x\Rightarrow 6x=36\Rightarrow x=6.$

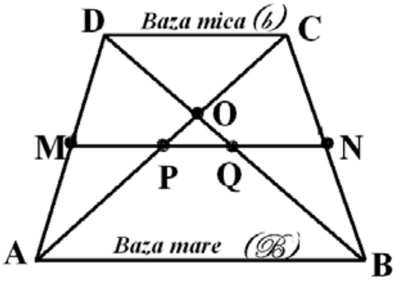
Linia mijlocie in triunghi

	***Segmentul de dreapta care uneste mijloacele a doua laturi se numeste linie mijlocie*** *(vezi pe figura, MN = linie mijlocie, M si N mijloacele laturilor AB si AC)*. $MN=\frac{BC}{2};\qquad MN \parallel BC.$ Daca si P este mijlocul laturii BC, atunci cele trei linii mijlocii determina 4 triunghiuri congruente intre ele, fiecare cu un sfert din aria ΔABC si jumatate din perimetrul ΔABC.

Centrul de greutate al triunghiului

	***Segmentul de dreapta ce uneste varful unui unghi cu mijlocul laturii opuse se numeste mediana.*** ***Punctul de intersectie al celor trei mediane se numeste centrul de greutate al triunghiului.*** **Proprietati:** ➔ Intr-un triunghi mediana il imparte in doua triunghiuri echivalente (de arii egale). ➔ $GM=\frac{AM}{3};\quad AG=\frac{2AM}{3}$

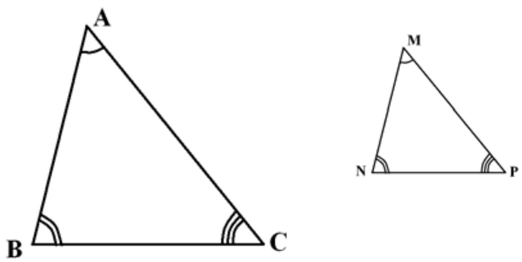
Linia mijlocie in trapez; proprietati



Segmentul de dreapta care uneste mijloacele laturilor neparalele se numeste linie mijlocie.

- $MN = \dfrac{B+b}{2}$ si $MN \parallel BC.$
- $PQ = \dfrac{B-b}{2}$

Triunghiuri asemenea



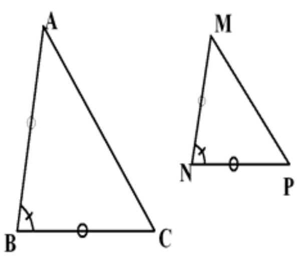
Doua triunghiuri se numesc asemenea daca au toate unghiurile respective congruente si laturile omoloage respective proportionale.

- **<A≡<M; <B≡<N; <C≡<P;**
- $\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{BC}{NP} = \dfrac{AC}{MP}.$

Criterii de asemanare a triunghiurilor

<u>Criteriul de asemanare LUL</u>

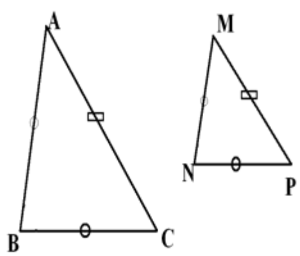
Doua triunghiuri sunt asemenea daca au cate doua laturi respectiv proportionale si unghiurile cuprinse intre ele congruente.



$\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{BC}{NP};$ **<B≡<N**

<u>Criteriul de asemanare LLL</u>

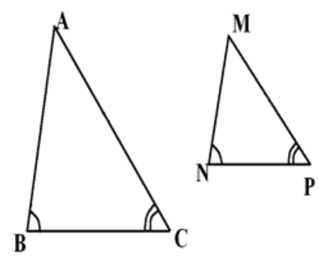
Doua triunghiuri sunt asemenea daca au toate laturile respectiv proportionale.



$\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{BC}{NP} = \dfrac{AC}{MP}.$

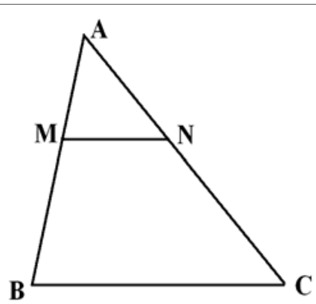
<u>Criteriul de asemanare UU</u>

Doua triunghiuri sunt asemenea daca au cate doua unghiuri respectiv congruente.



<B≡<N; <C≡<P

Teorema fundamentala a asemanarii



Teorema. ***O paralela dusa la o latura intr-un triunghi formeaza cu celelalte doua (sau cu prelungirile lor) un triunghi asemenea cu cel dat.***

- $$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC}.$$

Scoala Sarichioi, Judetul Tulcea
LUCRARE DE VERIFICARE CLASA a VII-a

ASEMANAREA TRIUNGHIURILOR

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 100 minute.**
- **Se acorda 10 puncte din oficiu.**

SUBIECTUL I (50 puncte) – Pe lucrare se trec numai rezultatele.

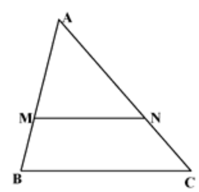
1. Fie punctele coliniare A, B si C. AB = 12cm si $\frac{BC}{AB} = \frac{2}{3}$.

4p a) Lungimea lui BC este egala cu …. cm.
4p b) Lungimea lui AC este egala cu ….cm.
4p c) Valoarea raportului $\frac{AB}{AC}$ este egal cu …

2. In triunghiul ABC, CU AB= 10cm, BC = 12cm, AC = 14cm, M este mijlocul lui [AB], N este mijlocul lui [BC], P este mijlocul lui [AC].

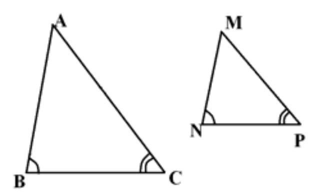
4p a) Perimetrul triunghiului ABC este egal cu ….cm.
4p b) Lungimea lui MN este egala cu ….cm.
4p c) Perimetrul triunghiului MNP este egal cu ….cm.

3. In figura alaturata aveti MN paralela cu BC. AM = 6cm, AB = 10cm, NC = 6cm.



4p a) Lungimea lui MB este egala cu ….cm.
4p b) Lungimea lui AN este egala cu …cm.
4p c) Valoarea raportului $\frac{MN}{BC}$ este egala cu ….

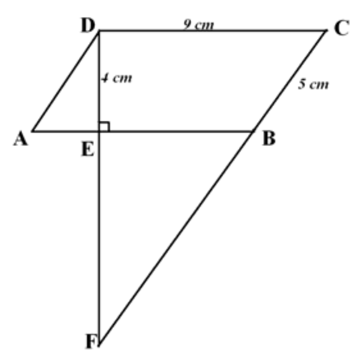
4. In figura alaturata ΔABC~ΔMNP; m(<B)=75^0, m(<P)=50^0.



4p a) m(<N) este egala cu ….^{0}.
4p b) m(<C) este egala cu ….^{0}.
6p c) m(<A) este egala cu ….^{0}.

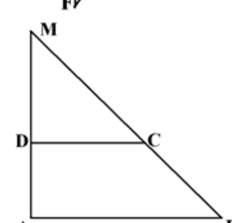
SUBIECTUL II (40 puncte) – Pe lucrare scrieti rezolvarile complete.

1. In figura alaturata aveti un paralelogram cu dimensiunile din figura. DE⊥AB, AE = $\frac{1}{3}$ din AB, DE∩BC={F}.



7p a) Aflati perimetrul triunghiului BEF.
7p b) Aflati valoarea raportului ariilor triunghiului ADE si a triunghiului BEF.
7p c) Aflati valoarea raportului ariilor triunghiului ADE si a triunghiului FDC.

2. In figura alaturata ABCD este un trapez, AD∩BC={M}; AB = 9cm, CD = 5cm, AD = 3cm.

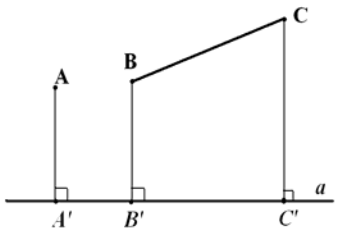


6p a) Aflati lungimea lui MD.
6p b) Aflati valoarea raportului $\frac{A_{\Delta MDC}}{A_{\Delta abc}}$.
7p c) Daca BC = 5cm aflati perimetrul triunghiului AB.

Propunator: prof. TIT CUPRIAN

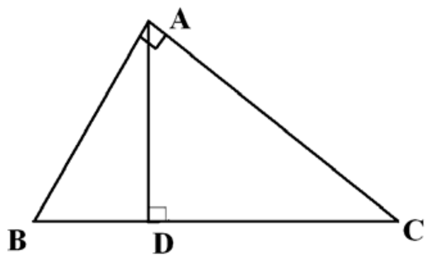
3. Relatii metrice in triunghiul dreptunghic

Proiectii ortogonale pe o dreapta



- Daca $A \notin a$ si $AA' \perp A$, $A' \in a$, atunci putem spune ca *proiectia ortogonala* a punctului A pe dreapta *a* este punctul A'.
- Daca punctele B' si C' sunt proiectiile ortogonale ale punctelor B si C pe dreapta *a* atunci [B'C'] este *proiectia ortogonala* a segmentului [BC] pe dreapta *a*.

Teorema inaltimii



Daca ΔABC este dreptunghic in A si $AD \perp BC$, atunci:

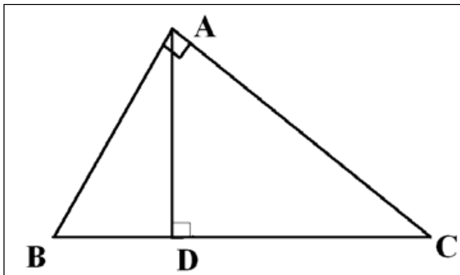
$$\mathbf{AD^2 = BD \cdot DC}$$

Exemplu:

- daca BD= 12cm si CD = 18cm atunci: $AD^2 = 12 \cdot 18 = 216$.

$\Rightarrow AD = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}cm.$

Teorema catetei



Daca ΔABC este dreptunghic in A si $AD \perp BC$, atunci:

$$\mathbf{AB^2 = BD \cdot BC}$$
$$\mathbf{AC^2 = DC \cdot BC}$$

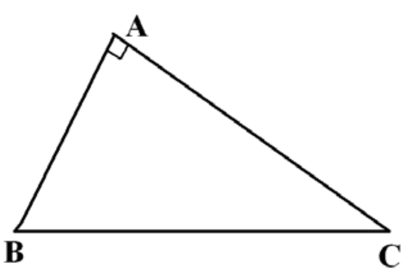
Exemplu:

- Daca AB = 6cm si BD= 3cm atunci:

$AB^2 = BD \cdot BC \quad \Rightarrow \quad 36 = 3 \cdot BC$

$\Rightarrow BC = \frac{36}{3} = 12cm.$

Teorema lui Pitagora; reciproca teoremei lui Pitagora



Daca ΔABC este dreptunghic in A atunci:

$$\mathbf{AB^2 + AC^2 = BC^2}$$

Exemplul 1. Daca AB =6cm si AC = 8cm, atunci:

$BC^2 = 36 = 64 = 100 \Rightarrow BC = \sqrt{100} = 10cm.$

Exemplul 2. Daca BC = 13cm si AC = 12cm, atunci:

$\mathbf{AB^2 = BC^2 - AC^2} = 169 - 144 = 25.$

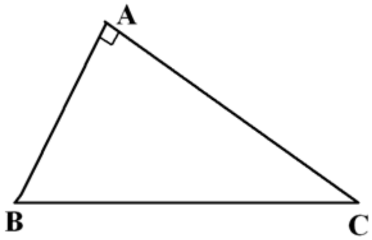
$\Rightarrow AB = \sqrt{25} = 5cm$

Exemplul 3. Daca un triunghi ABC are laturile: AB = 8cm, AC = 15cm si BC = 17cm, putem verifica:

$17^2 = 15^2 + 8^2$ este adevarat? $\Rightarrow 289 = 225 + 64$; da, este edevarat.

Atunci conform reciprocei teoremei lui Pitagora, triunghiul este dreptunghic, cu ipotenuza BC si unghiul drept in A.

Notiuni de trigonometrie



$$\sin\alpha = \frac{cateta\ opusa}{ipotenuza};\ \cos\alpha = \frac{cateta\ alaturata}{ipotenuza}$$

$$tg\alpha = \frac{cateta\ opusa}{cateta\ alaturata};\quad ctg\alpha = \frac{cateta\ alaturata}{cateta\ opusa}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

	30^0	45^0	60^0
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
ctg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

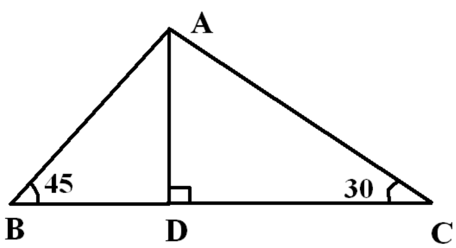
Rezolvarea triunghiului dreptunghic

- A rezolva un triunghi dreptunghic inseamna a calcula unele elemente (latura, proiectii, unghiuri sau functii trigonometrice ale acestora) in functie de unele elemente date intr-un triunghi dreptunghic sau oarecare sau intr-o configuratie geometrica in care se pot identifica triunghiuri dreptunghice.

- Exemplu:

Fie triunghiul ABC cu masura unghiului B de 45^0, masura unghiului C de 30^0 si AB = $3\sqrt{2}$. Se cere perimetrul triunghiului ABC si sinusul unghiului A.

- Rezolvare:



-construim AD⊥BC si rezulta ΔABD dreptunghic isoscel; daca AB = $3\sqrt{2}$. atunci $BD = AD = AB\cdot\cos 45 = 3\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 3$

-In ΔADC, dreptunghic, cu un unghi de 30^0, rezulta:

$AC = 2AD = 2\cdot 3 = 6$ si

$CD^2 = AC^2 - AD^2 = 36 - 9 = 27.$

$\Rightarrow\ CD = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}.$

-Perimetrul $P = 3\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{3} + 3 = 9 + 3(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

-Din teorema sinusului, $\frac{\sin A}{BC} = \frac{\sin B}{AC} = \frac{\sin C}{AB}$ rezulta:

$$\frac{\sin A}{BC} = \frac{\sin C}{AB} \Rightarrow \frac{\sin A}{3(\sqrt{3}+1)} = \frac{\frac{1}{2}}{3\sqrt{2}} \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

Probleme propuse spre rezolvare

1. Stabiliti natura triunghiului ale carui unghiuri sunt proportionale cu 1,(3); 1,25 din 1,(3) si cu suma celor doua numere.
2. Aratati ca un triunghi este dreptunghic isoscel daca si numai daca doua laturi ale triunghiului sunt respectiv egale cu distantele de la varfurile opuse laturilor la ortocentrul triunghiului.
3. Fie triunghiul ABC de inaltime BE, $E\in AC$ si $D\in(BE)$, astfel incat $2\cdot DE = BD$. Punctele M,N,P,Q sunt mijloacele segmentelor AB, BC, DC respectiv DA. Stiind ca aria patrulaterului MNPQ este de $20cm^2$, sa se calculeze aria triunghiului ABC.
4. Din varful B al paralelogramului ABCD ($B>90^0$), se duc inaltimile BM si BN, unde $M\in AD$, $N\in DC$. Stiind ca NP=8cm, unde P este piciorul perpendicularei duse din D pe BC sa se afle distanta de la B la ortocentrul triunghiului BMN si lungimea segmentului NO, unde O este intersectia dintre AC si BD stiind ca BD=14cm.

Scoala Sarichioi, Judetul Tulcea

LUCRARE DE VERIFICARE CLASA a VII-a

RELATII METRICE

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 50 minute.**
- **Se acorda 10 puncte din oficiu.**

SUBIECTUL I (45 puncte) – Pe lucrare se trec numai rezultatele.

5p **1.** a) Diagonala unui patrat de latura 4 cm este egala cu ….cm.
5p b) Diagonala unui dreptunghi de lungime 8cm si latime 6cm este egala cu ….cm.
5p c) Inaltimea unui triunghi ecilateral de latura 2cm este egala cu ….cm.

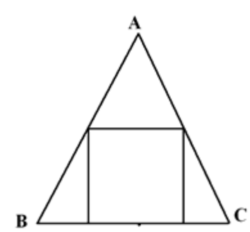
5p **2.** a) Un triunghi dreptunghic are catetele de 15cm si respectiv 20cm. Lungimea ipotenuzei este egala cu …cm.
5p b) Lungimea inaltimii este egala cu ….cm.
5p c) Lungimea proiectiei catetei de 20cm pe ipotenuza este egala cu ….cm.

5p **3.** a) $\sin 30^0 + \cos 60^0 = ...$
5p b) $\sin 60^0 - \cos 30^0 = ...$
5p c) $\sin^2 40^0 + \cos^2 40^0 = ...$

SUBIECTUL II (45 puncte) – Pe lucrare scrieti rezolvarile complete.

1. Fie triunghiul ABC dreptunghic in A.
10p a) Daca AB = ***x***, masura unghiului C este egala cu 30^0 si aria triunghiului este egala cu $18\sqrt{3}cm^2$ sa se afle ***x***.
5p b) Daca ***x*** = 6 cm sa se afle distanta de la varful B la mijlocul lui [AC].
10p c) Sa se afle aria unui triunghi echilateral cu lungimea laturii egala cu lungimea lui AC.

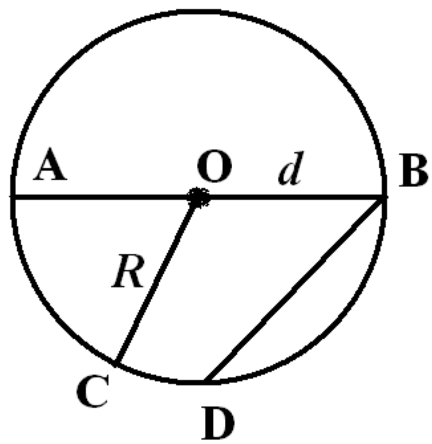
2. Intr-un triunghi ABC isoscel cu AB = AC = $8\sqrt{5}cm$ si BC = 16 *cm*, se inscrie un patrat.
10p a) Aflati latura patratului.
10p b) Sa se afle lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC.



Propunator: prof. TIT CUPRIAN

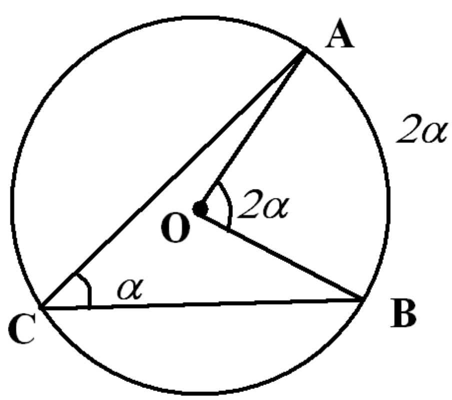
4. Cercul si poligoane regulate

Cercul; definitie, elemente, discul



- **Cercul** este ***locul geometric*** al tuturor punctelor dintr-un plan egal departate fata de un punct fix numit ***centrul*** cercului.
- **O = centrul** cercului**;**
- **OC** = **raza** cercului de lungime ***R***;
- **AB** = **diametrul** cercului;
- **BD** = coarda;
- $\overset{\frown}{BD}$ = arc de cerc;
- $\overset{\frown}{AB}$ = semicerc.

Unghi la centru; masura arcelor; arce congruente



- Unghi cu varful in centrul cercului

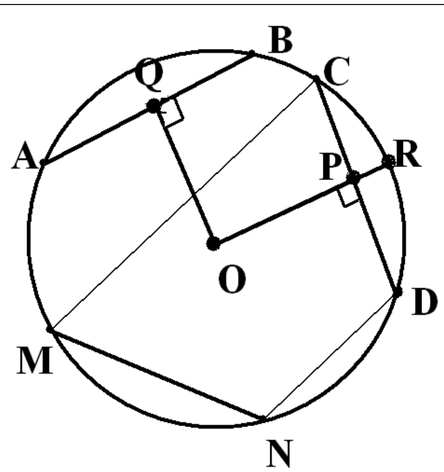
m(<AOB) = m($\overset{\frown}{AB}$)

- Unghi cu varful pe cerc

m(<BCA) = m($\overset{\frown}{AB}$) / 2.

- **Daca avem doua unghiuri congruente inscrise intr-un cerc, cu varful in centrul cercului, acestea subintind intre laturile lor, doua arce congruente.**

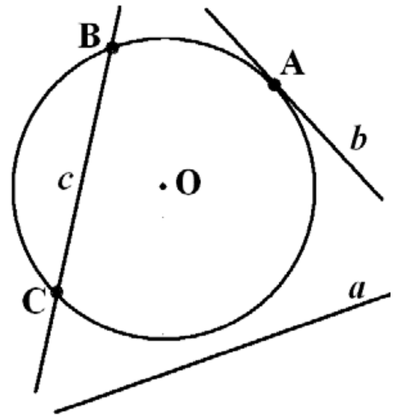
Coarde si arce in cerc; proprietati



1. Daca arcul AB este congruent cu arcul CD atunci si [AB]≡[CD]. Si reciproca este adevarata.
2. Daca MC || ND atunci arcul CD este congruent cu arcul MN.
3. Daca OR⊥CD atunci P este mijlocul lui [CD] si R este mijlocul arcului CD. O este centrul cercului; {P}=OR∩CD.
4. Coarde egal departate de centru sunt congruente.

Daca OP=OQ atunci [CD]≡[AB].

Pozitii relative ale unei drepte fata de un cerc



1. Dreapta (*a*) exterioara unui cerc

$\boldsymbol{a \cap \mathscr{C}(O,R) = \varnothing}$

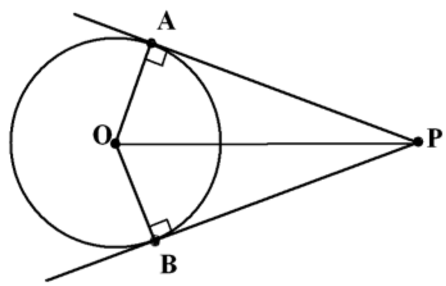
2. Dreapta (*b*) tangenta la cerc

$\boldsymbol{b \cap \mathscr{C}(O,R) = \{A\}}$

3. Dreapta (*c*) secanta

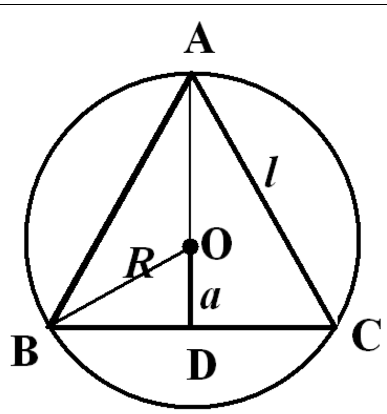
$\boldsymbol{c \cap \mathscr{C}(O,R) = \{B, C\}}$

Tangente dintr-un punct exterior la un cerc



- Fie punctul P exterior cercului;
- PA si respectiv PB sunt tangente la cerc;
- $OA \perp PA$; $OB \perp PB$;
- $[PA] \equiv [PB]$;
- $OP^2 = OA^2 + AP^2$

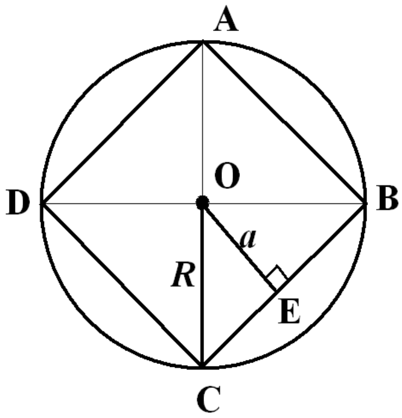
Poligoane regulate; calculul elementelor geometrice



TRIUNGHIUL ECHILATERAL

$$l = R\sqrt{3}\,;\ a = \frac{R}{2}\,;\ A = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}\,;\ A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}\,;$$

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}\,;\ P = 3l\,.$$

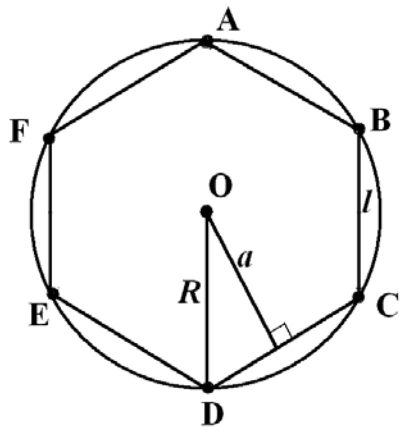


PATRATUL

$l = R\sqrt{2}$; $a = \dfrac{R\sqrt{2}}{2} = \dfrac{l}{2}$;

$A = 2R^2$; $A = l^2$;

$d = l\sqrt{2}$; $P = 4l$.



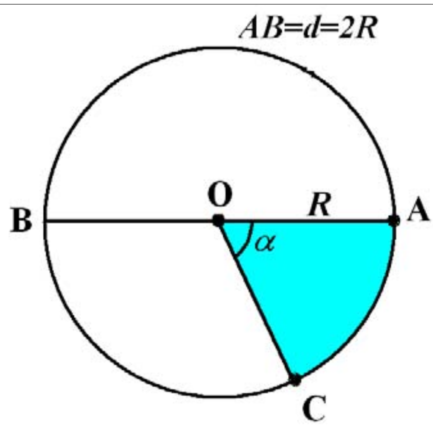
HEXAGONUL REGULAT

$l = R$; $a = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$;

$A = \dfrac{3R^2\sqrt{3}}{2}$; $A = \dfrac{3l^2\sqrt{3}}{2}$;

$P = 6l$.

Lungimea cercului si aria discului



Lungimea cercului

$$L = 2\pi R = \pi d$$

Aria discului (cercului)

$$A = \pi R^2$$

Lungimea arcului de cerc AC

$$L_{AC} = \frac{\pi R \cdot \alpha}{180^0}$$

Aria sectorului de cerc (OAC)

$$A_{(OAC)} = \frac{\pi R^2 \cdot \alpha}{360^0}$$

<u>O problema</u>: Presupunem ca diametrul Pamantului este de 12000 km.

a) aflati lungimea unei sfori intinse la ecuator.

b) cu cat trebuie sa lungim sfoara astfel incat cercul sforii sa fie concentric cu cel al Pamantului si pe sub sfoara sa treaca un soarece cu o inaltime de 2 cm?

Rezolvare:

a) $L_{ecuator} = 2\pi R = 2\pi \cdot 6000km = 3769911184{,}30775cm.$

b) $L_{sforii} = 2\pi(R + 2cm) = 2\pi \cdot (600000000 + 2)cm = 3769911196{,}87412cm.$

Diferenta:

$L_{sforii} - L_{ecuator} = 3769911196{,}87412 - 3769911184{,}30775 = 12{,}56637cm.$

Raspuns: Este suficient sa lungim sfoara cu 12,56637 cm ca sa treaca soarecele.

Scoala Sarichioi, Judetul Tulcea

LUCRARE DE VERIFICARE CLASA a VII-a

CERCUL SI POLIGOANE REGULATE

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 50 minute.**
- **Se acorda 10 puncte din oficiu.**

SUBIECTUL I (50 puncte) – Pe lucrare se trec numai rezultatele.

4p **1.** a) Un cerc cu raza de 5 *cm* are diametrul egal cu …..*cm*.
4p b) Lungimea unui cerc de raza egala cu 5 *cm* este egala cu …….*cm*.
4p c) Aria unui cerc de raza egala cu 5 *cm* este egala cu ……cm^2.

4p **2.** a) Perimetrul unui triunghi echilateral de latura 6 *cm* este egal cu …..*cm*.
4p b) Perimetrul unui patrat de latura 7 *cm* este egal cu …..cm.
4p c) Perimetrul unui hexagon regulat de latura 8 *cm* este egal cu …..*cm*.

4p **3.** a) Aria unui triunghi echilateral de latura 6 *cm* este egala cu ……cm^2.
4p b) Aria unui patrat de latura 5 *cm* este egala cu ……cm^2.
4p c) Aria unui hexagon regulat de latura 4 *cm* este egala cu ……cm^2.

6p **4.** a) Raza cercului circumscris unui triunghi echilateral de latura $6\sqrt{3}cm$ este egala cu ….*cm*.
4p b) Raza cercului circumscris unui patrat de latura $6\sqrt{2}cm$ este egala cu ….*cm*.
4p c) Raza cercului circumscris unui hexagon regulat de latura 8 *cm* este egala cu ….*cm*.

SUBIECTUL II (40 puncte) – Pe lucrare scrieti rezolvarile complete.

1. Fie triunghiul echilateral ABC. In exteriorul sau construim Triunghiurile echilaterale ABD, ACE si BCF. Daca latura triunghiului ABC este de 6 cm:
6p a) Sa se cerceteze natura triunghiului DEF.
7p b) Sa se calculeze perimetrul si aria triunghiului DEF.
7p c) Sa se determine raportul dintre aria triunghiului ABC si aria triunghiului ABC.

2. Apotema unui triunghi echilateral de latura $12\sqrt{3}$ cm este egala cu cea a unui patrat. Se cere:
7p a) Lungimea apotemei triunghiului echilateral.
6p b) Lungimea laturii patratului.
7p c) Raza cercului circumscris patratului.

Propunator: prof. TIT CUPRIAN