Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că media geometrică a numerelor $a=16$ și $b=9$ este egală cu 12.

5p **2.** Determinaţi numărul real m pentru care $f(2)=0$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+m$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x+1}=3^5$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să fie multiplu de 2.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,3)$ și $B(5,3)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.

5p **6**. Arătați că $\sin x=\frac{1}{2}$, știind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ și $C(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-5$.

5p **b)** Arătați că $\det\left(A+C(-1)\right)=\det B$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $C(x)\cdot A-A\cdot C(x)=B$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+2X^2-6X+3$.

5p **a)** Arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2+3X-3.

5p **c)** Demonstrați că $x_1+x_2+x_3+\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=0$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x+1$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=3(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-x^3}{x}$.

5p **c)** Arătați că $-1\le f(x)\le 3$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_2^3\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=5$.

5p **b)** Demonstrați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^2+\ln x+2015$ este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-2x$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$m_g = \sqrt{16 \cdot 9} =$	**3p**
	$= 4 \cdot 3 = 12$	**2p**
2.	$f(2) = 2 + m$	**2p**
	$2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -2$	**3p**
3.	$2x + 1 = 5$	**3p**
	$x = 2$	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**1p**
	În mulțimea A sunt 4 multipli de 2, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	$p = \dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \dfrac{4}{9}$	**2p**
5.	$x_M = 2$	**3p**
	$y_M = 3$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB	**2p**
6.	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$	**3p**
	Cum $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \dfrac{1}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 3 =$	**3p**
	$= 1 - 6 = -5$	**2p**
b)	$C(-1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $A + C(-1) = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(A + C(-1)\right) = -16$	**3p**
	$\det B = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -16$, deci $\det\left(A + C(-1)\right) = \det B$	**2p**
c)	$C(x) \cdot A = \begin{pmatrix} x+2 & 3x+1 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$, $A \cdot C(x) = \begin{pmatrix} x+6 & 10 \\ 2x+2 & 5 \end{pmatrix}$, $C(x) \cdot A - A \cdot C(x) = \begin{pmatrix} -4 & 3x-9 \\ 6-2x & 4 \end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix} -4 & 3x-9 \\ 6-2x & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 3$	**2p**
2.a)	$f(1) = 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 3 =$	**3p**
	$= 1 + 2 - 6 + 3 = 0$	**2p**
b)	Câtul este $X - 1$	**3p**
	Restul este 0	**2p**

c)	$x_1+x_2+x_3=-2$, $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=-6$, $x_1x_2x_3=-3$	**3p**
	$x_1+x_2+x_3+\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=(x_1+x_2+x_3)+\frac{x_2x_3+x_1x_3+x_1x_2}{x_1x_2x_3}=-2+\frac{-6}{-3}=0$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=3x^2-3=$	**3p**
	$=3(x^2-1)=3(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-x^3}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-3x+1}{x}=$	**2p**
	$=-3$	**3p**
c)	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in[-1,1]$	**2p**
	$f(1)\le f(x)\le f(-1)$, deci $-1\le f(x)\le 3$, pentru orice $x\in[-1,1]$	**3p**
2.a)	$\int_2^3\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=\int_2^3 2x\,dx=x^2\Big\vert_2^3=$	**3p**
	$=9-4=5$	**2p**
b)	$F'(x)=\left(x^2+\ln x+2015\right)'=$	**2p**
	$=2x+\frac{1}{x}=f(x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci F este o primitivă a funcției f	**3p**
c)	$V=\pi\int_1^2\left(f(x)-2x\right)^2dx=\pi\int_1^2\frac{1}{x^2}dx=$	**3p**
	$=\pi\left(-\frac{1}{x}\right)\Big\vert_1^2=\frac{\pi}{2}$	**2p**