

EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT
9 iulie 2015

Probă scrisă
Matematică

Varianta 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Se consideră în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul de ecuații $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = m \end{cases}$, unde m este număr real.
- 5p a) Pentru $m = 1$, rezolvați sistemul de ecuații.
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui m pentru care sistemul de ecuații are soluție unică.
2. Se consideră un pătrat $ABCD$, punctul E în interiorul pătratului astfel încât triunghiul ABE să fie echilateral și punctul F , intersecția dreptelor AC și BE .
- 5p a) Arătați că măsura unghiului CDF este 30° .
- 5p b) Demonstrați că $EC^2 = EF \cdot BC$.
3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Determinați imaginea funcției f .
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 f(e^x) dx = \arctg e - \frac{\pi}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VI-a.

Competențe specifice	Conținuturi
1. Identificarea triunghiurilor în configurații geometrice date	Congruența triunghiurilor <ul style="list-style-type: none">• Triunghi: definiție, elemente; clasificarea triunghiurilor; perimetrul triunghiului• Construcția triunghiurilor: cazurile LUL, ULU, LLL. Congruența triunghiurilor oarecare: criterii de congruență a triunghiurilor: LUL, ULU, LLL• Metoda triunghiurilor congruente
2. Stabilirea congruenței triunghiurilor oarecare	
3. Clasificarea triunghiurilor după anumite criterii date sau alese	
4. Exprimarea proprietăților figurilor geometrice în limbaj matematic	
5. Interpretarea cazurilor de congruență a triunghiurilor în corelație cu cazurile de construcție a triunghiurilor	
6. Aplicarea metodei triunghiurilor congruente în rezolvarea unor probleme matematice sau practice	

(Programa școlară de matematică, OMECI nr. 5097/09.09.2009)

Pentru o evaluare, la finalul unității de învățare **Congruența triunghiurilor** (clasa a VI-a), a două dintre competențele specifice precizate în secvența de mai sus, elaborați doi itemi: un item de completare și un item de tip rezolvare de probleme.

În elaborarea itemilor se vor avea în vedere următoarele aspecte:

- formatul fiecărui item elaborat în vederea evaluării competenței specifice alese;
- răspunsul așteptat (baremul de evaluare) pentru fiecare dintre itemii elaborați;
- corectitudinea științifică a informației de specialitate.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Procesul de învățământ – analiză conceptuală și abordări interacționale între învățare - predare - evaluare.

EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT
9 iulie 2015

Probă scrisă
Matematică

Varianta 2

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a) $xy = 0$ Soluțiile sistemului sunt $x = 0, y = 1$ și $x = 1, y = 0$	3p
	b) $xy = \frac{m^2 - 1}{2}$ Cum x și y sunt soluțiile ecuației $t^2 - mt + \frac{m^2 - 1}{2} = 0$, sistemul are soluție unică $\Leftrightarrow \Delta = 0$, de unde obținem $m = -\sqrt{2}$ sau $m = \sqrt{2}$	2p 3p
2.	a) $\triangle FBC \equiv \triangle FDC$ (<i>LUL</i>) $m(\sphericalangle CBF) = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, deci $m(\sphericalangle CDF) = 30^\circ$	3p 2p
	b) $m(\sphericalangle ECB) = 75^\circ, m(\sphericalangle ACB) = 45^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle ECF) = 30^\circ$, deci $\triangle EFC \sim \triangle ECB$ (<i>UU</i>) $\frac{EC}{EB} = \frac{EF}{EC} \Rightarrow EC^2 = EF \cdot EB$, deci $EC^2 = EF \cdot BC$	3p 2p
3.	a) $f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}, x \in \mathbb{R}$ $f(-1) = -\frac{1}{2}, f(1) = \frac{1}{2}$, f este descrescătoare pe $(-\infty, -1]$, crescătoare pe $[-1, 1]$ și descrescătoare pe $[1, +\infty)$	1p 2p
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, deci $\text{Im } f = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$	2p
	b) $\int_0^1 f(e^x) dx = \int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx = \int_0^1 \frac{(e^x)'}{e^{2x} + 1} dx =$ $= \arctg(e^x) \Big _0^1 = \arctg e - \frac{\pi}{4}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Itemul de completare elaborat	
Corectitudinea formatului itemului	5p
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	5p
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	5p

Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat	
Corectitudinea formatului itemului	5p
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	5p
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- procesul de învățământ: delimitări conceptuale **4 puncte**
- învățarea: delimitări conceptuale **4 puncte**
- predarea: definirea conceptului **4 puncte**
- evaluarea: delimitări conceptuale **4 puncte**
- argumentarea necesității interacțiunii între cele trei procese **3 puncte**
- evidențierea specificității relației între:
 - învățare și predare **2 puncte**
 - învățare și evaluare **2 puncte**
 - predare și evaluare **2 puncte**
- coerența și originalitatea argumentării **5 puncte**