VARIANTA 3

1. Lucian şi Marius locuiesc într-un bloc turn. La fiecare etaj se găsesc câte 10 apartamente. Apartamentele sunt numerotate consecutiv (la primul etaj de 1 la 10, la al doilea etaj de la 11 la 20, etc). Se ştie că numărul etajului la care locuieşte Lucian este egal cu numărul apartamentului în care locuieşte Marius. În plus, suma numerelor apartamentelor în care locuiesc cei doi băieţi este egală cu 259. Determinaţi numărul apartamentului în care locuieşte Lucian.

2. Perimetrul unui dreptunghi este de 1 km. Aflaţi dimensiunile dreptunghiului dacă un sfert din lungime este cu 34 m mai mare decât a treia parte din lăţime.

3. Pe o tablă sunt scrise numere naturale astfel :

8	13	19
36	100	148
25	50	27

. Doi copii taie fiecare câte 4 numere astfel încât suma numerelor tăiate de unul să fie de 5 ori mai mică decât suma numerelor tăiate de celălalt. Care număr nu a fost tăiat ?

4. Cu ajutorul unei balanţe, să se determine numărul minim de greutăţi pe care să le utilizăm pentru a putea cântări obiecte care au greutăţi exprimate prin numere naturale cuprinse între 1 şi 20 inclusiv. Să se descrie modul de cântărire. (Nu se folosesc obiectele deja cântărite.)

5. Să se arate că oricum am alege 16 numere din mulţimea $\{1,2,3,...,28,29,30\}$, printre ele există două a căror diferenţă este egală cu 3.

6. Să se determine cel mai mic număr natural n care are următoarele proprietăţi :

împărţit la 4 dă restul 1, împărţit la 7 dă restul 2, împărţit la 11 dă restul 5.

Notă. Timp de lucru efectiv 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă este evaluată cu punctaj cuprins între 0 şi 7 puncte.

VARIANTA III

SOLUŢII ŞI BAREM DE CORECTARE

1. Metoda 1.

Prin încercări directe, cu redactare pe lucrare, obţinem 235 =numărul apartamentului lui Lucian.

Metoda 2

Fie a =numărul apartamentului lui Marius= etajul lui Lucian .

Apartamentele de la acest etaj au numerele $10(a-1)+1,...,10(a-1)+10$. (2p)

Numărul apartamentului lui Lucian este $10(a-1)+b$, $1 \le b \le 10$. (1p)

Avem relaţia :

$10(a-1)+b+a=259$, din care $11a+b=269$, adică $11a=269-b$ (1p).

Finalizare $a=24$, iar numărul apartamentului în care locuieşte Lucian este 235. (3p)

2. $1km=1000m$ $(1p)$

Fie lăţimea $l=3a$, atunci lungimea va fi $L=4a+136$. (1p)

Perimetrul va fi $2L+2l=14a+272$ (1p) .

$14a+272=1000$ (1p) . Deci $a=52$ (1p). Rezultă $l=156m\,(1p)$, $L=344m\,(1p)$.

3. Fie M =suma numerelor tăiate de unul dintre copii. Cel de-al doilea va tăia 4 numere a căror sumă va fi $5 \cdot M$. Fie a numărul netăiat. Prin însumare vom obţine :

$6M+a=426$, de unde deducem că a =multiplu de 6. Cum 36 este singurul număr din tabel care este multiplu de 6, deci el va rămâne. (6p) .

Verificarea faptului că există o alegere care respectă ipotezele problemei : $(8,13,19,25)$, $(100,148,50,27)$. (1p)

4. O variantă de greutăţi care nu realizează minimul este : $1,2,4,8,16$. (2p)

Determinarea, prin încercări, apoi justificarea soluţiei pentru

greutăţile : $1,3,9,27$.(5p) . Altă alegere a greutăţilor este $1,3,9,17$.

Numărul minim este 4.

5. Se aplică principiul cutiei. Formăm „cutiile“ :

$\{1,4\},\{2,5\},\{3,6\},\{7,10\},\{8,11\},\{9,12\},\{13,16\},\{14,17\},\{15,18\},\{19,22\},\{20,23\},\{21,24\},\{25,28\},$
$\{26,29\},\{27,30\}$

(5p)

Finalizare, aplicarea principiului cutiei (2p) .

6. Se aplică teorema împărţirii cu rest :

$n=4\cdot a+1=7\cdot b+2=11\cdot c+5$. (2p). Prin verificări, se determină $n=93$. (5p).

VARIANTA II

Probleme de tip grilă

Încercuiţi litera care arată răspunsul corect din tabelul dat la fiecare dintre probleme.

1. Suma $S = 103 + 102 - 101 - 100 + 99 + 98 - 97 - 96 + 95 + 94 - 93 - 92 + ... + 3 + 2 - 1 - 0$ este egală cu :

a: 100	b: 104	c: 0	d: 5356	e: 105

2. Dacă a, b, c naturale , $a + b + 8 = 14$ şi $(b + c) \times (b + c) = 49$, atunci $A = 2 \times a + 7 \times b + 5 \times c + 13$ va fi egal cu :

a:58	b: 62	c: 60	d: 70	e: 100

3. 20 de mere se împart unor copii, astfel încât fiecare să primească cel puţin un măr şi oricare doi copii să nu aibă acelaşi număr de mere. Numărul maxim de copii care pot participa la această distribuire este :

a:5	b: 4	c: 8	d: 6	e: 10

4. Un şir are primii doi termeni egali cu 1, iar de la al treilea termen inclusiv, oricare dintre ei este suma precedenţilor doi termeni. Atunci al 12 – lea termen este

a: 110	b: 89	c:55	d: 144	e: 233

5. Iepuraşul Bubu mănâncă în fiecare zi fie 9 morcovi , fie două verze, fie o varză şi 4 morcovi. Într-o săptămână Bubu a mâncat 30 de morcovi. Numărul de verze pe care le-a mâncat Bubu în acea săptămână este :

a: 7	b: 5	c:3	d: 10	e: 8

6. Pentru un palton se folosesc $2m$ de stofă, iar pentru un costum cu $15cm$ mai mult decât pentru palton. Numărul de centrimetri pentru un costum va fi de :

a: $2015cm$	b: 200 cm	c: $215cm$	d: $185cm$	e: $1850cm$

7. Mă gândesc la un număr pe care îl împart la 3. Din rezultatul obţinut scad 201 şi obţin 58. Numărul la care m-am gândit este :

a: 77	b: 777	c: 770	d: 774	e: 600

8. Un automobilist a parcurs distanţa de $189 km$ dintre localităţile A şi B în 3 ore. Aceeaşi distanţă a fost parcursă de un biciclist în 9 ore. Biciclistul porneşte din localitatea A spre localitatea B cu 2 ore înaintea automobilului. Numărul de kilometri de la localitatea A, până la punctul în care automobilul ajunge biciclistul este egală cu :

a: 60	b: 72	c: 63	d: 56	e: 66

9. Suma a două numere naturale este 2015. Împărţind pe unul din ele la celălalt obţinem restul 1007. Suma cifrelor celui mai mic dintre numere este :

a: 8	b: 9	c: 10	d: 11	e: 12

10. Fie $a = 2015 - 7 - 14 - 21 - 28 - ... - 133$, atunci valoarea sa este :

a: 685	b: 818	c: 675	d: 765	e: 785

11. O ciocolată mare costă 4 lei, una medie costă 2 lei iar una mică 1 leu. Jerry a cumpărat 10 ciocolate, cel puţin câte una din fiecare mărime şi a plătit în total 16 lei. Numărul de ciocolate mari cumpărate de Jerry este :

a: 5	b: 4	c: 3	d: 1	e: *numarul nu se poate preciza*

12. Dintre cei 101 dalmaţieni, 56 au o pată neagră pe urechea stângă, 25 au o pată neagră pe urechea dreaptă şi 29 au urechile albe. Numărul de dalmaţieni care au pete negre pe ambele urechi este :

a: 9	b: 15	c: 22	d: 25	e: 7

13. Să se afle $a+b+c+d$ ştiind că $\overline{2abcd} + \overline{abcd3} = 83781$

a: 28	b: 29	c: 30	d: 31	e: 32

14. Aflaţi suma numerelor naturale de trei cifre care au proprietatea că dacă le ştergem cifra din mijloc le micşorăm de 9 ori.

a: 540	b: 1150	c: 675	d: 702	e: 1080

15. Împărţind un număr natural a la 77 obţinem restul 3. Ce rest obţinem la împărţirea lui $10\times a$ la 7

a: 30	b: 5	c: 1	d: 2	e: 3

16. Ana şi Andreea au împreună 60 de beţe de chibrit identice. Ana construieşte un triunghi cu fiecare latură formată din 6 beţe. Andreea construieşte un dreptunghi din beţele rămase cu lăţimea formată din 6 beţe. Atunci lungimea va avea :

a: 12 *bete*	b: 19 *bete*	c: 15 *bete*	d: 30 *bete*	e: 9 *bete*

17. Dintre Mihai, Alex, Ana, Maria, Şerban, Ioana şi Sofia, trebuie să alegem o echipă formată din două fete şi un băiat. Echipa se poate forma în :

a: 6	b: 18	c: 9	d: 12	e: 5	moduri.

18. Ultima cifră numărului $A=1+1\times2+1\times2\times3+1\times2\times3\times4+\cdots+1\times2\times3\times4\times\cdots\times100$ este

a: 8	b: 1	c: 0	d: 5	e: 3

19. Numărul tuturor numerelor de forma $\overline{abc}$ pentru care $a\times b\times c=6$ este egal cu :

a: 8	b: 7	c: 6	d: 5	e: 9

20. Într-un bloc sunt 38 de apartamente cu două şi cu patru camere. Dacă în bloc sunt în total 100 de camere, atunci numărul de apartamente cu două camere este de

a: 12	b: 24	c: 26	d: 25	e: 30

Notă. Timp de lucru efectiv 2 ore. Fiecare problemă se evaluează astfel :

Corect 1 punct ; Greşit $-0,5$ **puncte ; Nemarcat** 0 **puncte.**

Probleme de tip grilă . Soluţii

Varianta II

1. b. 2.c. 3.a. 4.d. 5.a ; 6. c. 7. b. 8.c. 9. a. 10. a. 11.d. 12. a. 13.b. 14.e. 15.d. 16.c. 17. b. 18.e. 19.e. 20.c.

ERATA BAREM PROBLEMA 4 (ZIUA 1)-CONCURSUL "MICII CAMPIONI-2015"

O varianta corecta cu patru piese si justificarea ei-prin precizarea modului in care este obtinuta fiecare dintre greutatile celor 20 de obiecte (4 puncte)

Demonstratia ca numarul 4 este minim(3 puncte)

Precizam ca din enuntul problemei nu rezulta ca alegerea celor 20 de obiecte este facuta doar dintre obiecte care au greutati exprimate prin numere naturale.

Din acest motiv, pentru un obiect de greutate 1 este necesara o piesa de masura 1.

In continuare , presupunem ca putem cantari obiecte cu greutatile 1,2,3...,n cu n<20 ; Urmatoarea piesa de care am avea nevoie , trebuie sa aiba greutatea de cel mult 2xn+1(explicatie:pentru obiectele cu greutatile cuprinse intre n+1 si 2xn+1 se aseaza pe un taler piesa de greutate 2xn+1, iar pe celalalt taler , eventual , combinatia de piese care da diferenta dintre 2xn+1 si greutatea obiectului respectiv, combinatie care este cuprinsa intre 1 si n si a fost deja obtinuta atenterior).

De exemplu, se poate genera secventa de piese de greutati 1,3,9,27:

1=1; 3=2x1+1; 9=2x(1+3)+1; 27=2x(1+3+9)+1;

Avand doar trei piese, nu se pot cantari mai mult de 16 obiecte de mase diferite.

Deci, numarul minim de piese necesare este patru.

Alte secvente obtinute de patru piese sunt evaluate cu acelasi punctaj.