



COLEGIUL  
NAȚIONAL  
ȘTEFAN CEL MARE”  
SUCEAVA

CONCURSUL CENTRELOR DE EXCELENȚĂ „CĂTĂLIN ȚIGĂERU”  
- 23 mai 2015 -

CLASA a V-a

1. Arătați că suma numerelor naturale care împărțite la 2015 dau restul de 5 ori mai mare decât câtul este divizibilă cu 2015.

*Adrian Vieriu, Suceava*

2. Determinați cifrele  $a, b, c$  din sistemul zecimal, știind că  $\overline{aaaabbbb} - \overline{cccc}$  este pătrat perfect.

*Mariana-Liliana Popescu, Suceava*

3. Un număr  $N$  scris în baza zece este numit număr **redivivus** dacă prin pierderea primei sale cifre și multiplicarea de 3 ori a numărului astfel micșorat, se reobține valoarea  $N$ . Determinați numerele **redivivus**.

*Dan Popescu, Suceava*

**NOTĂ:** Timpul efectiv de lucru este de 2,5 ore.  
Pentru fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.



CONCURSUL CENTRELOR DE EXCELENȚĂ „CĂTĂLIN ȚIGĂERU”  
- 23 mai 2015 -

CLASA a V-a

1. Arătați că suma numerelor naturale care împărțite la 2015 dau restul de 5 ori mai mare decât câtul este divizibilă cu 2015.

*Adrian Vieriu, Suceava*

**Soluție:**

$$n = 2015 \cdot c + 5c \Rightarrow n = 2020c$$

$$5c < 2015 \Rightarrow c < 403$$

$$S = 2020 \cdot 1 + 2020 \cdot 2 + \dots + 2020 \cdot 402$$

$$S = 2020 \cdot \frac{402 \cdot 403}{2}$$

$$S = 101 \cdot 402 \cdot 4030$$

$$4030 : 2015 \Rightarrow S : 2015$$

**Barem:**

$n = 2015 \cdot c + 5c \Rightarrow n = 2020c$	2p
$5c < 2015 \Rightarrow c < 403$	1p
$S = 101 \cdot 402 \cdot 4030$	3p
Concluzia: $4030 : 2015 \Rightarrow S : 2015$	1p

2. Determinați cifrele  $a, b, c$  din sistemul zecimal, știind că  $\overline{aaaabbbb} - \overline{cccc}$  este pătrat perfect.

*Mariana-Liliana Popescu, Suceava*

**Soluție:**

$$\text{Numărul din enunț se scrie } n = a \cdot 1111 \cdot 10^4 + b \cdot 1111 - c \cdot 1111 = 1111(10^4 a + b - c)$$

$$1111 = 11 \cdot 101 \text{ și } n \text{ este pătrat perfect} \Rightarrow 10000a + b - c : 1111$$

$$9999a + a + b - c : 1111 \Rightarrow a + b - c : 1111 \Rightarrow a + b - c = 0$$

$$\text{Se obține că } n = a \cdot 1111 \cdot (10^4 - 1) = a \cdot 9 \cdot 1111^2$$

$$\text{Se impune ca } a \text{ să fie pătrat perfect} \Rightarrow a \in \{1, 4, 9\}$$

Există 16 soluții:

$a$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	4	4	4	4	4	9
$b$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	0	1	2	3	4	5	0
$c$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	4	5	6	7	8	9	9

**Barem:**

$n = a \cdot 1111 \cdot 10^4 + b \cdot 1111 - c \cdot 1111 = 1111(10^4 a + b - c)$	1p
--	----

Obține $a + b - c = 0$	2p
Obține $a \in \{1; 4; 9\}$	2p
Finalizare	2p

3. Un număr  $N$  scris în baza zece este numit număr **redivivus** dacă prin pierderea primei sale cifre și multiplicarea de 3 ori a numărului astfel micșorat, se reobține valoarea  $N$ . Determinați numerele **redivivus**.

*Dan Popescu, Suceava*

**Soluție:**

$$N = \overline{ax_1x_2\dots x_n} = 3 \cdot \overline{x_1x_2\dots x_n}$$

$$a \cdot 10^n + \overline{x_1x_2\dots x_n} = 3 \cdot \overline{x_1x_2\dots x_n}$$

$$\overline{x_1x_2\dots x_n} = a \cdot 5 \cdot 10^{n-1} \text{ și punând condiția } a \cdot 5 < 10 \Rightarrow a = 1$$

Apoi  $\overline{x_1x_2\dots x_n} = 5 \cdot 10^{n-1}$  și se obține că  $N = 1500\dots 0$  ( $k$  zerouri,  $k \in \mathbb{N}$ )

**Barem:**

Obține $\overline{x_1x_2\dots x_n} = a \cdot 5 \cdot 10^{n-1}$	3p
Determină $a = 1$	2p
Finalizare	2p

**NOTĂ:** Timpul efectiv de lucru este de 2,5 ore.

Pentru fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.