

Concursul de Matematică „TOMIS”
etapa județeană - 9 mai 2015

Varianta 1 – clasa a 7-a

1. Fie $A = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{2015}-\sqrt{2014}}{\sqrt{2014 \cdot 2015}}$. Atunci partea întreagă a numărului real $\sqrt{2015} \cdot A$ este egal cu:
 a) 41 b) 42 c) 43 d) 44
2. Dacă $A = \sqrt{2014 \cdot 2015 + \sqrt{2014 \cdot 2015 + \sqrt{2014 \cdot 2015}}}$, atunci:
 a) $A > 2015$ b) $A = 2015$ c) $A < 2015$ d) $A < 2014$
3. Dacă $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel încât $-1 < x < 1$, $x + 1 - 2y = 0$ și $z = \sqrt{6(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{6(x-1)^2 + (y-1)^2}$, atunci z este egal cu:
 a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{5}{2}$ c) 3 d) 5
4. În triunghiul ABC, $[BB']$ și $[CC']$ sunt mediane, unde $B' \in [AC]$ și $C' \in [AB]$, iar $BB' = 9\text{cm}$, $CC' = 12\text{cm}$. Dacă $BC = 10\text{cm}$, atunci aria triunghiului ABC este egală cu:
 a) 48cm^2 b) 54cm^2 c) 72cm^2 d) 84cm^2
5. Fie ABCD un trapez isoscel cu baza mică $[AB]$, $[AB] \equiv [AD]$, iar $BD \perp BC$. Atunci $\frac{AB}{CD}$ este egal cu:
 a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{4}$
6. Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și $A = \left\{ \frac{n^2}{2015}, \frac{n^2+1}{2015}, \frac{n^2+2}{2015}, \dots, \frac{n^2+2015}{2015} \right\}$. Dacă A conține exact două numere naturale, atunci valoarea minimă a lui n este egală cu:
 a) 55 b) 1375 c) 31 d) 2015
7. Fie pătratul ABCD și rombul CEBF, unde $E \in \text{Int}(ABCD)$ și $F \in \text{Ext}(ABCD)$, iar $m\angle(ECF) = 120^\circ$. Atunci $m\angle(AED)$ este:
 a) 100° b) 120° c) 175° d) 150°
8. Dacă $x, y \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $5x^3 + 2x^2y = 2y^3 + 5xy^2$ și $a = \frac{3x+4y}{4x+3y}$, atunci:
 a) $|a| \leq 2$ b) $a < -2$ c) $a \geq 3$ d) $a \notin \mathbb{Z}$
9. Fie triunghiul ABC, unde $AB = 4\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$. Fie punctele D și E astfel încât $B \in (AD)$ și $C \in (AE)$, $BD = 6\text{cm}$ și $CE = 3\text{cm}$. Atunci DE este:
 a) 11 cm b) 12 cm c) 10 cm d) 14 cm
10. Fie $A = \left\{ n \in \mathbb{N} / \sqrt{9n+1} \text{ și } \sqrt{11n+4} \text{ sunt numere naturale consecutive} \right\}$. Atunci $\text{card}A$ este:
 a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

11. Dacă $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+n} = \frac{1004}{1005}$, atunci n este egal cu:

- a) 1006 b) 2008 c) 1004 d) 2009

12. Dacă M și N sunt mijloacele laturilor $[BC]$, respectiv $[CD]$ ale paralelogramului ABCD și $AM \cap BN = \{E\}$, atunci valoarea raportului $\frac{EA}{EM}$ este egală cu :

- a) 3 b) 4 c) 5 d) $\frac{9}{2}$

13. Dacă $y = \sqrt{x \cdot a}$, $z = \sqrt{y \cdot b}$, $b = \frac{a+x}{2}$, $c = \frac{y+b}{2}$ și $0 < x < a$, atunci:

- a) $a < x < y < b < c < z$ b) $x < y < z < c < b < a$ c) $y < x < a < z < b < c$ d) $x < z < y < b < c < a$

14. Fie ABC un triunghi și M un punct variabil pe latura $[BC]$. Paralelele prin B și C la AM intersectează dreptele AC și AB în punctele N și P. Atunci minimul expresiei $\frac{BN + CP}{AM}$ este:

- a) $\frac{5}{2}$ b) 3 c) 4 d) 6

15. Fie a, b numere prime și $c \in N$ astfel încât $2\sqrt{a} + 7\sqrt{b} = c\sqrt{3}$. Atunci $a^2 + b^2 + c^2$ are valoarea:

- a) 91 b) 97 c) 99 d) 103

16. Fie triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB = 15\text{cm}$ și $AC = 20\text{cm}$. Dacă $E \in (BC)$ astfel încât $m\angle(BAE) = m\angle(CAE)$ și $D = pr_{BC}A$, atunci $tg\angle(DAE)$ este:

- a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{7}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{9}$

17. Fie triunghiul echilateral ABC cu înălțimea egală cu $\sqrt{3}\text{cm}$. Fie M un punct interior triunghiului ABC și N, P, Q proiecțiile punctului M pe laturile $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$. Dacă $BN = x$, $CP = y$, $AQ = z$, atunci $x+y+z$ are valoarea:

- a) 2 cm b) 3 cm c) $\sqrt{3}$ cm d) $2\sqrt{3}$ cm

18. Fie $n \in N$ astfel încât $(\sqrt{8} + \sqrt{7})^2 = \sqrt{n+1} + \sqrt{n}$. Atunci n este egal cu:

- a) 224 b) 225 c) 255 d) 256

Concursul de Matematică „TOMIS”
etapa județeană - 9 mai 2015

Varianta 2 – clasa a 7-a

1. Dacă $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel încât $-1 < x < 1$, $x + 1 - 2y = 0$ și $z = \sqrt{6(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{6(x-1)^2 + (y-1)^2}$, atunci z este egal cu:

- a) $\frac{3}{2}$ b) 5 c) $\frac{5}{2}$ d) 3

2. Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și $A = \left\{ \frac{n^2}{2015}, \frac{n^2+1}{2015}, \frac{n^2+2}{2015}, \dots, \frac{n^2+2015}{2015} \right\}$. Dacă A conține exact două numere naturale, atunci valoarea minimă a lui n este egală cu:

- a) 2015 b) 55 c) 1375 d) 31

3. Fie ABCD un trapez isoscel cu baza mică $[AB]$, $[AB] \equiv [AD]$, iar $BD \perp BC$. Atunci $\frac{AB}{CD}$ este egal cu:

- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{3}$

4. Fie $A = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{2015}-\sqrt{2014}}{\sqrt{2014 \cdot 2015}}$. Atunci partea întreagă a numărului real $\sqrt{2015} \cdot A$ este egal cu:

- a) 42 b) 41 c) 44 d) 43

5. Fie pătratul ABCD și rombul CEBF, unde $E \in \text{Int}(ABCD)$ și $F \in \text{Ext}(ABCD)$, iar $m\angle(ECF) = 120^\circ$. Atunci $m\angle(AED)$ este:

- a) 120° b) 150° c) 100° d) 175°

6. Dacă $A = \sqrt{2014 \cdot 2015 + \sqrt{2014 \cdot 2015 + \sqrt{2014 \cdot 2015}}}$, atunci:

- a) $A < 2015$ b) $A > 2015$ c) $A < 2014$ d) $A = 2015$

7. În triunghiul ABC, $[BB']$ și $[CC']$ sunt mediane, unde $B' \in [AC]$ și $C' \in [AB]$, iar $BB' = 9\text{cm}$, $CC' = 12\text{cm}$. Dacă $BC = 10\text{cm}$, atunci aria triunghiului ABC este egală cu:

- a) 84cm^2 b) 72cm^2 c) 54cm^2 d) 48cm^2

8. Fie $A = \left\{ n \in \mathbb{N} / \sqrt{9n+1} \text{ și } \sqrt{11n+4} \text{ sunt numere naturale consecutive} \right\}$. Atunci $\text{card}A$ este:

- a) 2 b) 1 c) 4 d) 3

9. Fie ABC un triunghi și M un punct variabil pe latura $[BC]$. Paralelele prin B și C la AM intersectează dreptele AC și AB în punctele N și P. Atunci minimul expresiei $\frac{BN + CP}{AM}$ este:

- a) 3 b) $\frac{5}{2}$ c) 6 d) 4

10. Dacă M și N sunt mijloacele laturilor $[BC]$, respectiv $[CD]$ ale paralelogramului ABCD și $AM \cap BN = \{E\}$,

atunci valoarea raportului $\frac{EA}{EM}$ este egală cu :

- a) $\frac{9}{2}$ b) 3 c) 4 d) 5

11. Fie triunghiul ABC, unde $AB = 4\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$. Fie punctele D și E astfel încât $B \in (AD)$ și $C \in (AE)$, $BD = 6\text{cm}$ și $CE = 3\text{cm}$. Atunci DE este:

- a) 12 cm b) 14 cm c) 11 cm d) 10 cm

12. Dacă $x, y \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $5x^3 + 2x^2y = 2y^3 + 5xy^2$ și $a = \frac{3x+4y}{4x+3y}$, atunci:

- a) $a \geq 3$ b) $a \notin \mathbb{Z}$ c) $|a| \leq 2$ d) $a < -2$

13. Dacă $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+n} = \frac{1004}{1005}$, atunci n este egal cu:

- a) 1006 b) 2009 c) 2008 d) 1004

14. Dacă $y = \sqrt{x \cdot a}$, $z = \sqrt{y \cdot b}$, $b = \frac{a+x}{2}$, $c = \frac{y+b}{2}$ și $0 < x < a$, atunci:

- a) $y < x < a < z < b < c$ b) $x < z < y < b < c < a$ c) $x < y < z < c < b < a$ d) $a < x < y < b < c < z$

15. Fie $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $(\sqrt{8} + \sqrt{7})^2 = \sqrt{n+1} + \sqrt{n}$. Atunci n este egal cu:

- a) 225 b) 224 c) 256 d) 255

16. Fie triunghiul echilateral ABC cu înălțimea egală cu $\sqrt{3}\text{cm}$. Fie M un punct interior triunghiului ABC și N, P, Q proiecțiile punctului M pe laturile $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$. Dacă $BN = x$, $CP = y$, $AQ = z$, atunci $x+y+z$ are valoarea:

- a) $2\sqrt{3}\text{ cm}$ b) 2 cm c) $\sqrt{3}\text{ cm}$ d) 3 cm

17. Fie a, b numere prime și $c \in \mathbb{N}$ astfel încât $2\sqrt{a} + 7\sqrt{b} = c\sqrt{3}$. Atunci $a^2 + b^2 + c^2$ are valoarea:

- a) 99 b) 103 c) 97 d) 91

18. Fie triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB = 15\text{cm}$ și $AC = 20\text{cm}$. Dacă $E \in (BC)$ astfel încât $m\angle(BAE) = m\angle(CAE)$ și $D = pr_{BC}A$, atunci $tg\angle(DAE)$ este:

- a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{7}$ d) $\frac{1}{5}$

Concursul de Matematică „TOMIS”
etapa județeană - 9 mai 2015

Varianta 3 – clasa a 7-a

1. În triunghiul ABC, $[BB']$ și $[CC']$ sunt mediane, unde $B' \in [AC]$ și $C' \in [AB]$, iar $BB' = 9\text{cm}$, $CC' = 12\text{cm}$. Dacă $BC = 10\text{cm}$, atunci aria triunghiului ABC este egală cu:
 a) 54cm^2 b) 48cm^2 c) 84cm^2 d) 72cm^2
2. Dacă $x, y, z \in R$ astfel încât $-1 < x < 1$, $x + 1 - 2y = 0$ și $z = \sqrt{6(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{6(x-1)^2 + (y-1)^2}$, atunci z este egal cu:
 a) 5 b) $\frac{5}{2}$ c) $\frac{3}{2}$ d) 3
3. Fie $n \in N^*$ și $A = \left\{ \frac{n^2}{2015}, \frac{n^2+1}{2015}, \frac{n^2+2}{2015}, \dots, \frac{n^2+2015}{2015} \right\}$. Dacă A conține exact două numere naturale, atunci valoarea minimă a lui n este egală cu:
 a) 1375 b) 2015 c) 55 d) 31
4. Dacă $A = \sqrt{2014 \cdot 2015 + \sqrt{2014 \cdot 2015 + \sqrt{2014 \cdot 2015}}}$, atunci:
 a) $A < 2015$ b) $A > 2015$ c) $A < 2014$ d) $A = 2015$
5. Fie pătratul ABCD și rombul CEBF, unde $E \in \text{Int}(ABCD)$ și $F \in \text{Ext}(ABCD)$, iar $m\angle(ECF) = 120^\circ$. Atunci $m\angle(AED)$ este:
 a) 150° b) 175° c) 120° d) 100°
6. Fie ABCD un trapez isoscel cu baza mică $[AB]$, $[AB] \equiv [AD]$, iar $BD \perp BC$. Atunci $\frac{AB}{CD}$ este egal cu:
 a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{2}$
7. Fie $A = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{2015}-\sqrt{2014}}{\sqrt{2014 \cdot 2015}}$. Atunci partea întreagă a numărului real $\sqrt{2015} \cdot A$ este egal cu:
 a) 44 b) 43 c) 41 d) 42
8. Fie triunghiul ABC, unde $AB = 4\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$. Fie punctele D și E astfel încât $B \in (AD)$ și $C \in (AE)$, $BD = 6\text{cm}$ și $CE = 3\text{cm}$. Atunci DE este:
 a) 10 cm b) 11 cm c) 14 cm d) 12 cm
9. Dacă $y = \sqrt{x \cdot a}$, $z = \sqrt{y \cdot b}$, $b = \frac{a+x}{2}$, $c = \frac{y+b}{2}$ și $0 < x < a$, atunci:
 a) $x < y < z < c < b < a$ b) $x < z < y < b < c < a$ c) $a < x < y < b < c < z$ d) $y < x < a < z < b < c$

10. Dacă $x, y \in R^*$ astfel încât $5x^3 + 2x^2y = 2y^3 + 5xy^2$ și $a = \frac{3x+4y}{4x+3y}$, atunci:

- a) $a < -2$ b) $|a| \leq 2$ c) $a \notin Z$ d) $a \geq 3$

11. Dacă M și N sunt mijloacele laturilor $[BC]$, respectiv $[CD]$ ale paralelogramului ABCD și $AM \cap BN = \{E\}$, atunci valoarea raportului $\frac{EA}{EM}$ este egală cu :

- a) $\frac{9}{2}$ b) 3 c) 4 d) 5

12. Fie ABC un triunghi și M un punct variabil pe latura $[BC]$. Paralelele prin B și C la AM intersectează dreptele AC și AB în punctele N și P. Atunci minimul expresiei $\frac{BN + CP}{AM}$ este:

- a) 6 b) 4 c) $\frac{5}{2}$ d) 3

13. Fie $A = \{n \in N / \sqrt{9n+1} \text{ și } \sqrt{11n+4} \text{ sunt numere naturale consecutive}\}$. Atunci cardA este:

- a) 2 b) 1 c) 4 d) 3

14. Dacă $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+n} = \frac{1004}{1005}$, atunci n este egal cu:

- a) 1004 b) 2009 c) 1006 d) 2008

15. Fie $n \in N$ astfel încât $(\sqrt{8} + \sqrt{7})^2 = \sqrt{n+1} + \sqrt{n}$. Atunci n este egal cu:

- a) 255 b) 256 c) 225 d) 224

16. Fie triunghiul echilateral ABC cu înălțimea egală cu $\sqrt{3}cm$. Fie M un punct interior triunghiului ABC și N, P, Q proiecțiile punctului M pe laturile $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$. Dacă $BN = x$, $CP = y$, $AQ = z$, atunci $x+y+z$ are valoarea:

- a) $\sqrt{3} cm$ b) $2\sqrt{3} cm$ c) 3 cm d) 2 cm

17. Fie triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB = 15cm$ și $AC = 20cm$. Dacă $E \in (BC)$ astfel încât $m\angle(BAE) = m\angle(CAE)$ și $D = pr_{BC}A$, atunci $tg\angle(DAE)$ este:

- a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{9}$ d) $\frac{1}{7}$

18. Fie a, b numere prime și $c \in N$ astfel încât $2\sqrt{a} + 7\sqrt{b} = c\sqrt{3}$. Atunci $a^2 + b^2 + c^2$ are valoarea:

- a) 97 b) 91 c) 103 d) 99