INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CONSTANŢA

Concursul de Matematică „TOMIS
etapa judeţeană - 9 mai 2015

Varianta 1 – clasa a 8-a

1. Fie $a=\sqrt{2000\cdot 2010\cdot 2011\cdot 2021+3025}$. Atunci:

a) a este prim **b)** a este pătrat perfect **c)** a este iraţional **d)** altă variantă de răspuns

2. Dacă $f:\{0,1,2,...,10\}\to\{0,1,2,...,10\}$ este dată prin $f(x)=ax+b$, cu $a,b\in R$ şi $a\neq 0$, atunci $f(5)$ este egal cu:

a) 0 **b)** 5 **c)** 10 **d)** 3

3. Trei feţe ale unui paralelipiped dreptunghic au ariile direct proporţionale cu numerele 3, 5 şi 15. Dacă aria totală este $184\ cm^2$, atunci lungimea diagonalei paralelipipedului este egală cu:

a) $2\sqrt{30}cm$ **b)** $225cm$ **c)** $2\sqrt{35}cm$ **d)** $92cm$

4. Dacă $\left[\frac{3x-1}{2}\right]=0$, atunci valoarea expresiei $[x]+\left[\frac{x+1}{2}\right]+\left[\frac{x+2}{3}\right]$ este egală cu:

a) 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3

5. Baza unei piramide este un triunghi dreptunghic cu catetele de lungimi 6 cm şi 8 cm. Muchiile laterale formează cu planul bazei unghiuri de 45° . Volumul piramidei este egal cu:

a) $20cm^3$ **b)** $40cm^3$ **c)** $60cm^3$ **d)** $120cm^3$

6. Ştiind că $0<x<y$ şi $(x-y)\cdot(3x-2y)=2xy$ **,** valoarea fracţiei $\frac{x+y}{x-y}$ este egală cu:

a) - 2 **b)** $-\frac{5}{6}$ **c)** $\frac{1}{3}$ **d)** $\frac{7}{6}$

7. O piramidă patrulateră regulată TOMIS de bază TOMI are $TO=10cm$ şi $SO=13cm$. Fie N mijlocul segmentului $[OM]$ şi $L\in(IM)$ astfel încât $SL+LN$ să aibă lungimea minimă. Lungimea segmentului $[LM]$ este egală cu:

a) 12 **b)** $\frac{25}{17}$ **c)** $13\sqrt{2}$ **d)** $5\sqrt{3}$

8. Dacă $A=\{\sqrt{a}+\sqrt{b}\ /\ a,b\in N, 1\leq a<b\leq 100\}$, atunci $card(A\cap Q)$ este egal cu:

a) 16 **b)** 17 **c)** 18 **d)** 19

9. Produsul numerelor reale x, y, z care verifică egalitatea $\sqrt{x-1}+\sqrt{y}+\sqrt{z+1}=\frac{x+y+z+3}{2}$, este egal cu:

a) - 1 **b)** $\frac{3}{2}$ **c)** 1 **d)** 0

10. Media aritmetică a soluţiilor nenule ale ecuaţiei $\{x\}-\{2015x\}=x$ (unde $\{x\}$ reprezintă partea fracţionară a lui x) este egală cu:

a) $\frac{1}{2015}$ **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{2015}{2016}$ **d)** 1

11. În interiorul unui tetraedru regulat ABCD există un punct M astfel încât $MA=\sqrt{6}\text{ cm}$, $MB=MC=MD=\sqrt{102}\text{ cm}$. Apotema tetraedrului este egală cu:

a) $3\sqrt{6}$ cm **b)** $6\sqrt{3}$ cm **c)** 12cm **d)** $2\sqrt{102}$ cm

12. Cardinalul mulţimii $A=\{(a,b)\in Z\times Z/2(a+b)^2+3(a+b)+ab+4=0\}$ este egal cu :

a) 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3

13. Fie $m\in R-\{-1\}$ şi funcţia $f:R\to R,\ f(x)=\frac{3m-4}{m+1}\cdot x+\frac{5m-2}{m+1}$. Dacă $A(x_A,y_A)\in G_f$ şi coordonatele lui A nu depind de m, atunci x_A+y_A este egal cu:

a) 1 **b)** 2 **c)** 3 **d)** 5

14. Piramida triunghiulară regulată VABC cu vârful în V are latura bazei egală cu 6 cm, înălţimea egală cu $\sqrt{6}$ cm. Planul perpendicular în punctul C pe dreapta AC intersectează dreapta AV în punctul P. Distanţa de la punctul P la planul (VBC) este egală cu:

a) $3\sqrt{2}$ cm **b)** $2\sqrt{3}$ cm **c)** 6 cm **d)** $\sqrt{6}$ cm

15. Fie x, y, z numere reale strict pozitive astfel încât $\sqrt{xy}+\sqrt{xz}+\sqrt{yz}=1$. Valoarea minimă a expresiei $E=\frac{x^2}{x+y}+\frac{y^2}{y+z}+\frac{z^2}{z+x}$ este egală cu:

a) 0 **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** 1

16. Fie $ABCA'B'C'$ o prismă triunghiulară regulată. Un plan α care trece prin A intersectează semidreptele $(BB'$ şi $(CC'$ în punctele M şi N, astfel încât aria $A_{\Delta ABM}+A_{\Delta ACN}=A_{\Delta AMN}$. Sinusul unghiului format de planele (AMN) şi (BCC') este egal cu:

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **c)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **d)** $\frac{\sqrt{2}}{5}$

17. Dacă a, b, c sunt numere întregi care verifică egalitatea: $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3=2015$, atunci:

a) $a+b+c=0$ **b)** $a+b+c=2015$ **c)** $a+b+c=-2015$ **d)** nu există astfel de numere întregi a,b,c

18. Se consideră un cub cu muchia de 1 cm şi un plan care secţionează cubul după un hexagon. Valoarea minimă a perimetrului hexagonului este egală cu:

a) 2 cm **b)** $2\sqrt{3}$ cm **c)** 3 cm **d)** $3\sqrt{2}$ cm

Concursul de Matematică „TOMIS
etapa judeţeană - 9 mai 2015

Varianta 2 – clasa a 8-a

1. O piramidă patrulateră regulată TOMIS de bază TOMI are $TO=10cm$ şi $SO=13cm$. Fie N mijlocul segmentului $[OM]$ şi $L\in(IM)$ astfel încât $SL+LN$ să aibă lungimea minimă. Lungimea segmentului $[LM]$ este egală cu:

a) $5\sqrt{3}$ **b)** 12 **c)** $13\sqrt{2}$ **d)** $\frac{25}{17}$

2. Baza unei piramide este un triunghi dreptunghic cu catetele de lungimi 6 cm şi 8 cm. Muchiile laterale formează cu planul bazei unghiuri de 45°. Volumul piramidei este egal cu:

a) $40cm^3$ **b)** $20cm^3$ **c)** $120cm^3$ **d)** $60cm^3$

3. Dacă $f:\{0,1,2,...,10\}\to\{0,1,2,...,10\}$ este dată prin $f(x)=ax+b$, cu $a,b\in\mathbb{R}$ şi $a\neq 0$, atunci $f(5)$ este egal cu:

a) 3 **b)** 0 **c)** 5 **d)** 10

4. Fie $a=\sqrt{2000\cdot 2010\cdot 2011\cdot 2021+3025}$. Atunci:

a) a este pătrat perfect **b)** altă variantă de răspuns **c)** a este prim **d)** a este iraţional

5. Ştiind că $0<x<y$ şi $(x-y)\cdot(3x-2y)=2xy$, valoarea fracţiei $\frac{x+y}{x-y}$ este egală cu:

a) $\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{7}{6}$ **c)** $-\frac{5}{6}$ **d)** - 2

6. Dacă $\left[\frac{3x-1}{2}\right]=0$, atunci valoarea expresiei $[x]+\left[\frac{x+1}{2}\right]+\left[\frac{x+2}{3}\right]$ este egală cu:

a) 3 **b)** 2 **c)** 0 **d)** 1

7. Trei feţe ale unui paralelipiped dreptunghic au ariile direct proporţionale cu numerele 3, 5 şi 15. Dacă aria totală este $184\ cm^2$, atunci lungimea diagonalei paralelipipedului este egală cu:

a) 92cm **b)** $2\sqrt{35}$cm **c)** 225cm **d)** $2\sqrt{30}$cm

8. Fie $m\in\mathbb{R}-\{-1\}$ şi funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3m-4}{m+1}\cdot x+\frac{5m-2}{m+1}$. Dacă $A(x_A,y_A)\in G_f$ şi coordonatele lui A nu depind de m, atunci x_A+y_A este egal cu:

a) 3 **b)** 1 **c)** 5 **d)** 2

9. Media aritmetică a soluţiilor nenule ale ecuaţiei $\{x\}-\{2015x\}=x$ (unde $\{x\}$ reprezintă partea fracţionară a lui x) este egală cu:

a) $\frac{2015}{2016}$ **b)** $\frac{1}{2015}$ **c)** 1 **d)** $\frac{1}{2}$

10. Piramida triunghiulară regulată VABC cu vârful în V are latura bazei egală cu 6 cm, înălţimea egală cu $\sqrt{6}$ cm. Planul perpendicular în punctul C pe dreapta AC intersectează dreapta AV în punctul P. Distanţa de la punctul P la planul (VBC) este egală cu:

a) $\sqrt{6}$ cm **b)** 6 cm **c)** $2\sqrt{3}$ cm **d)** $3\sqrt{2}$ cm

11. Dacă $A=\{\sqrt{a}+\sqrt{b}\,/\,a,b\in N, 1\le a<b\le 100\}$, atunci $card(A\cap Q)$ este egal cu:

a) 17 **b)** 18 **c)** 19 **d)** 16

12. Produsul numerelor reale x, y, z care verifică egalitatea $\sqrt{x-1}+\sqrt{y}+\sqrt{z+1}=\frac{x+y+z+3}{2}$, este egal cu:

a) 1 **b)** 0 **c)** $\frac{3}{2}$ **d)** - 1

13. Cardinalul mulţimii $A=\{(a,b)\in Z\times Z\,/\,2(a+b)^2+3(a+b)+ab+4=0\}$ este egal cu :

a) 1 **b)** 0 **c)** 3 **d)** 2

14. În interiorul unui tetraedru regulat ABCD există un punct M astfel încât $MA=\sqrt{6}\text{ cm}$, $MB=MC=MD=\sqrt{102}\ cm$. Apotema tetraedrului este egală cu:

a) $6\sqrt{3}$ cm **b)** $3\sqrt{6}$ cm **c)** $2\sqrt{102}$ cm **d)** 12cm

15. Fie $ABCA'B'C'$ o prismă triunghiulară regulată. Un plan α care trece prin A intersectează semidreptele $(BB'$ şi $(CC'$ în punctele M şi N, astfel încât aria $A_{\Delta ABM}+A_{\Delta ACN}=A_{\Delta AMN}$. Sinusul unghiului format de planele (AMN) şi (BCC') este egal cu:

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **c)** $\frac{\sqrt{2}}{5}$ **d)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

16. Fie x, y, z numere reale strict pozitive astfel încât $\sqrt{xy}+\sqrt{xz}+\sqrt{yz}=1$. Valoarea minimă a expresiei $E=\frac{x^2}{x+y}+\frac{y^2}{y+z}+\frac{z^2}{z+x}$ este egală cu:

a) $\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** 0 **d)** 1

17. Se consideră un cub cu muchia de 1 cm şi un plan care secţionează cubul după un hexagon. Valoarea minimă a perimetrului hexagonului este egală cu:

a) $3\sqrt{2}$ cm **b)** 2 cm **c)** $2\sqrt{3}$ cm **d)** 3 cm

18. Dacă a, b, c sunt numere întregi care verifică egalitatea: $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3=2015$, atunci:

a) $a+b+c=2015$ **b)** nu există astfel de numere întregi a,b,c **c)** $a+b+c=0$ **d)** $a+b+c=-2015$

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CONSTANŢA

Concursul de Matematică „TOMIS
etapa judeţeană - 9 mai 2015

Varianta 3 – clasa a 8-a

1. Trei feţe ale unui paralelipiped dreptunghic au ariile direct proporţionale cu numerele 3, 5 şi 15. Dacă aria totală este $184\ cm^2$, atunci lungimea diagonalei paralelipipedului este egală cu:

a) $92cm$ **b)** $2\sqrt{35}cm$ **c)** $225cm$ **d)** $2\sqrt{30}cm$

2. Ştiind că $0< x < y$ şi $(x-y)\cdot(3x-2y)=2xy$, valoarea fracţiei $\frac{x+y}{x-y}$ este egală cu:

a) $\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{7}{6}$ **c)** -2 **d)** $-\frac{5}{6}$

3. O piramidă patrulateră regulată TOMIS de bază TOMI are $TO=10cm$ şi $SO=13cm$. Fie N mijlocul segmentului $[OM]$ şi $L\in(IM)$ astfel încât $SL+LN$ să aibă lungimea minimă. Lungimea segmentului $[LM]$ este egală cu:

a) $13\sqrt{2}$ **b)** $5\sqrt{3}$ **c)** 12 **d)** $\frac{25}{17}$

4. Fie $a=\sqrt{2000\cdot 2010\cdot 2011\cdot 2021+3025}$. Atunci:

a) a este pătrat perfect **b)** a este prim **c)** altă variantă de răspuns **d)** a este iraţional

5. Dacă $\left[\frac{3x-1}{2}\right]=0$, atunci valoarea expresiei $[x]+\left[\frac{x+1}{2}\right]+\left[\frac{x+2}{3}\right]$ este egală cu:

a) 2 **b)** 3 **c)** 1 **d)** 0

6. Dacă $f:\{0,1,2,...,10\}\to\{0,1,2,...,10\}$ este dată prin $f(x)=ax+b$, cu $a,b\in R$ şi $a\neq 0$, atunci $f(5)$ este egal cu:

a) 5 **b)** 0 **c)** 3 **d)** 10

7. Baza unei piramide este un triunghi dreptunghic cu catetele de lungimi 6 cm şi 8 cm. Muchiile laterale formează cu planul bazei unghiuri de 45° . Volumul piramidei este egal cu:

a) $40cm^3$ **b)** $20cm^3$ **c)** $120cm^3$ **d)** $60cm^3$

8. Media aritmetică a soluţiilor nenule ale ecuaţiei $\{x\}-\{2015x\}=x$ (unde $\{x\}$ reprezintă partea fracţionară a lui x) este egală cu:

a) 1 **b)** $\frac{1}{2015}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{2015}{2016}$

9. Cardinalul mulţimii $A=\{(a,b)\in Z\times Z\,/\,2(a+b)^2+3(a+b)+ab+4=0\}$ este egal cu :

a) 0 **b)** 2 **c)** 1 **d)** 3

10. Piramida triunghiulară regulată VABC cu vârful în V are latura bazei egală cu 6 cm, înălţimea egală cu $\sqrt{6}$ cm . Planul perpendicular în punctul C pe dreapta AC intersectează dreapta AV în punctul P. Distanţa de la punctul P la planul (VBC) este egală cu:

a) 6 cm **b)** $\sqrt{6}$ cm **c)** $3\sqrt{2}$ cm **d)** $2\sqrt{3}$ cm

11. Dacă $A=\{\sqrt{a}+\sqrt{b}\,/\,a,b\in N, 1\le a<b\le 100\}$, atunci $card(A\cap Q)$ este egal cu:

a) 19 **b)** 16 **c)** 18 **d)** 17

12. Fie $m \in R - \{-1\}$ şi funcţia $f : R \to R,\ f(x) = \frac{3m-4}{m+1} \cdot x + \frac{5m-2}{m+1}$. Dacă $A(x_A, y_A) \in G_f$ şi coordonatele lui A nu depind de m, atunci $x_A + y_A$ este egal cu:

a) 2 **b)** 1 **c)** 5 **d)** 3

13. Produsul numerelor reale x, y, z care verifică egalitatea $\sqrt{x-1} + \sqrt{y} + \sqrt{z+1} = \frac{x+y+z+3}{2}$, este egal cu:

a) 0 **b)** - 1 **c)** $\frac{3}{2}$ **d)** 1

14. În interiorul unui tetraedru regulat ABCD există un punct M astfel încât $MA = \sqrt{6}\ cm$, $MB = MC = MD = \sqrt{102}\ cm$. Apotema tetraedrului este egală cu:

a) $2\sqrt{102}\ cm$ **b)** 12cm **c)** $6\sqrt{3}\ cm$ **d)** $3\sqrt{6}\ cm$

15. Se consideră un cub cu muchia de 1 cm şi un plan care secţionează cubul după un hexagon. Valoarea minimă a perimetrului hexagonului este egală cu:

a) $2\sqrt{3}\ cm$ **b)** 2 cm **c)** $3\sqrt{2}\ cm$ **d)** 3 cm

16. Dacă a, b, c sunt numere întregi care verifică egalitatea: $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 2015$, atunci:

a) $a+b+c=0$ **b)** nu există astfel de numere întregi a,b,c **c)** $a+b+c=2015$ **d)** $a+b+c=-2015$

17. Fie $ABCA'B'C'$ o prismă triunghiulară regulată. Un plan α care trece prin A intersectează semidreptele $(BB'$ şi $(CC'$ în punctele M şi N, astfel încât aria $A_{\Delta ABM} + A_{\Delta ACN} = A_{\Delta AMN}$. Sinusul unghiului format de planele (AMN) şi (BCC') este egal cu:

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{\sqrt{2}}{5}$ **d)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

18. Fie x, y, z numere reale strict pozitive astfel încât $\sqrt{xy} + \sqrt{xz} + \sqrt{yz} = 1$. Valoarea minimă a expresiei $E = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x}$ este egală cu:

a) 1 **b)** 0 **c)** $\frac{1}{3}$ **d)** $\frac{1}{2}$