

Concursul National de matematica "Arhimede"
Editia a VI-a, etapa I – 15 noiembrie 2008
Clasa a VII-a

I.(4 p) a) Costul unui produs este de 8,1 lei, iar T.V.A.-ul corespunzator este de 0,9 lei. Producatorul ofera 25% din costul produsului pentru reclama. Ce procent reprezinta reclama din pretul intreg al produsului? (Pretul intreg = costul+T.V.A.)

(Georgeta Alexandrescu)

(5 p) b) Fie a, b, c cu proprietatea ca $17a + 85b + 7c = 0$. Demonstrati ca numarul $c(4a - b) \cdot (3a + 8b)$ este divizibil cu 833.

(Diana Niculescu-Rev. Arhimede,5-6/2004)

II.(3p) a) Comparati numerele a si $\frac{1}{b}$, stiind ca :

$$a = \frac{1}{2} \cdot \frac{2^2}{2^3} \cdot \frac{2^4}{2^5} \cdots \frac{2^{98}}{2^{99}}$$

$$b = (3^{10} \cdot 2^4 : 3^{5 \cdot 2} : 3^{2 \cdot 56} : \dots : 3^2 : 3^1)^{50}$$

(6p) b) Fie $0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ scrierea zecimala a numarului $\frac{1}{12} + \frac{1}{35}$. Determinati a_{2009} si

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{2009}.$$

III. Fie ABC un triunghi si M un punct pe latura $[BC]$. Notam cu N simetricul lui M fata de latura $[AC]$. Stiind ca patrulaterul $ABMN$ si $AMCN$ sunt romburi, se cere:

(4p) a) Aflati masura unghiurilor triunghiului ABC .

(5p) b) Daca P este punctul de intersectie al dreptelor AB si NC , aratati ca $AMNP$ este romb.

(Marius Ghergu)

IV.(9p) Se considera paralelogramele $ABCD$ $A'B'C'D'$. Fie M, N, P, Q respectiv mijloacele segmentelor $[AA'], [BB'], [CC'], [DD']$. Sa se arate ca $MNPQ$ este paralelogram.

Nota: Toate problemele sunt obligatorii, Fiecare problema se noteaza de la 1p la 10p. Fiecare subiect primeste 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 3 ore.