

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
„OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA”

etapa interjudețeană, 25.04.2015,
Școala Gimnazială „Enea Grapini” Șanț

Subiect clasa a VII - a

SUBIECTUL I. (20 puncte)

a) Se consideră numărul real $a = \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}}$. Calculați a^3 .

b) La concursul de matematică „Olimpiada Satelor din Transilvania – ediția 2015”, la clasa a VII-a, participă $\sqrt{abc} + 1$ elevi.

Determinați numărul participanților știind că numărul \overline{abc} îndeplinește condiția:

$$\sqrt{ab + bc} = c.$$

SUBIECTUL II. (20 puncte)

Se consideră mulțimea

$$A = \{x = a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc \mid a, b, c \in \mathbb{N}^*, a \neq b \neq c \neq a\}.$$

a) Să se arate că, pentru orice numere $a, b, c \in \mathbb{R}$,

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = \frac{1}{2}[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$$

b) Aflați cel mai mic element al mulțimii A .

SUBIECTUL III. (20 puncte)

Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , cu $m(\hat{A}) = 90^\circ$, $AD \perp BC$ și $AD = 60$ cm.

Aria triunghiului ABC este egală cu aria unui pătrat cu diagonala de $50\sqrt{3}$ cm.

a) Să se calculeze perimetrul și aria triunghiului.

b) Dacă $DM \perp AB$, $M \in [AB]$ și $DN \perp AC$, $N \in [AC]$, aflați aria patrulaterului $AMDN$.

SUBIECTUL IV. (20 puncte)

Demonstrați că într-un triunghi oarecare ABC dreapta GI este paralelă cu o latură dacă și numai dacă lungimea acelei laturi este media aritmetică a celorlalte două.

Se notează cu G punctul de intersecție al medianelor (centrul de greutate al triunghiului) și cu I punctul de intersecție al bisectoarelor (centrul cercului înscris în triunghi).

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu maxim 20 puncte; se acordă 20 puncte din oficiu;
- Timp efectiv de lucru 2 ore.

Succes!

