

**CONCURSUL DE MATEMATICĂ  
„OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA”**

etapa interjudețeană, 25.04.2015,  
Școala Gimnazială „Enea Grapini” Șanț  
**Barem clasa a V-a**

**SUBIECTUL I (20 PUNCTE)**

- Să se determine numărul  $\overline{xyzt}$ , știind că împărțind acest număr la  $\overline{yzt}$  obținem câtul  $(x+1)$  și restul  $(x+2)$ .

**SOLUȚIE:**

Conform teoremei de împărțire cu rest are loc relația:

$$\overline{xyzt} = \overline{yzt} \cdot (x+1) + (x+2) \dots\dots\dots 5p$$

$$\text{sau echivalent, } 1000x + \overline{yzt} = x \cdot \overline{yzt} + \overline{yzt} + x + 2$$

$$\Leftrightarrow 999 \cdot x = x \cdot \overline{yzt} + 2 \Leftrightarrow (999 - \overline{yzt}) \cdot x = 2 \dots\dots\dots 5p$$

Avem două variante:

$$1) x = 1 \text{ și } 999 - \overline{yzt} = 2, \text{ deci } \overline{yzt} = 997 \text{ și } \overline{xyzt} = 1997 \dots\dots\dots 5p$$

$$2) x = 2 \text{ și } 999 - \overline{yzt} = 1, \text{ deci } \overline{yzt} = 998 \text{ și } \overline{xyzt} = 2998 \dots\dots\dots 5p$$

**SUBIECTUL II (20 PUNCTE)**

- Dacă  $A = \{x/x \in N, x = 2^n, n \in N^*, n < 3\}$ ;  $B = \{y/y \in N, y^2 = x, x \in A\}$ ;  
 $C = \{x/x \in N, x = y^2 - 1, y \in B\}$ . Calculați: a)  $A \cap B =$ ; b)  $A \cup C =$ ; c)  $A \setminus B =$ ; d)  $B \setminus C =$ .

**SOLUȚIE:**

$$A = \{2, 4\}; B = \{2\}; C = \{3\}; \dots\dots\dots 5p$$

$$a) A \cap B = \{2\}; b) A \cup C = \{2, 3, 4\}; c) A \setminus B = \{4\}; d) B \setminus C = \{2\} \dots\dots\dots 15p$$

**SUBIECTUL III (20 PUNCTE)**

- Un comerciant are într-un vas plin 64 de litri de alcool pur. El scoate în prima zi o pătrime din cantitate și apoi umple vasul cu apă. A doua zi scoate din vas o doime din conținut și iar umple vasul cu apă. A treia zi scoate din vas o optime din conținut și umple din nou vasul cu apă. Ce cantitate de alcool și ce cantitate de apă se află în vas după cele trei operațiuni?

G.M. nr.9/2014

**SOLUȚIE:**

O pătrime înseamnă 64: 4 = 16 *litri*. După prima zi, în vas, avem 48 *litri* de alcool (64 – 16 = 48) și 16 *litri* de apă. ....4p

Calculăm acum o doime, atât din cantitatea de alcool, cât și din cantitatea de apă. Din vas se scot 48: 2 = 24 *litri* de alcool și 16: 2 = 8 *litri* de apă, în total 24 + 8 = 32 *litri* de lichid care se înlocuiește cu apă. ....4p

În vas au rămas 24 *litri* de alcool (48 – 24 = 24) și 40 *litri* de apă (32 *de litri* care s-au scos și s-au înlocuit cu apă și cei 8 *litri* de apă rămasă). Prin urmare, după ziua a doua avem, în vas, 24 *litri* de alcool și 40 *litri* de apă.

.....4p

O optime din 24 înseamnă 3 *litri* (24: 8 = 3), iar o optime din 40 înseamnă 5 *litri* (40: 8 = 5). A treia zi s-au scos 8 *litri* (3 *litri* de alcool și 5 *litri* de apă). În vas au rămas 24 – 3 = 21 *litri* de alcool, iar restul până la 64 de litri este apă.

.....4p

În concluzie, după ziua a treia, în vas avem 18 *litri* de alcool și 46 *litri* de apă.....4p

**SUBIECTUL IV (20 PUNCTE)**

- Ordonăți crescător numerele:  $8^{168}, 63^{84}, 126^{72}, 129^{72}$

**SOLUȚIE:**

1)  $63^{84} = (63^7)^{12} < (63^6 \cdot 64)^{12} = (63^6 \cdot 2^6)^{12} = (126^6)^{12} = 126^{72}$  .....5p

2)  $126^{72} < 128^{72} = (2^7)^{72} = 2^{504} = (2^3)^{168} = 8^{168}$  .....5p

3)  $8^{168} = 128^{72} < 129^{72}$  .....5p

Deci  $63^{84} < 126^{72} < 8^{168} < 129^{72}$  .....5p