Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați numărul real x pentru care numerele 5, $2x+3$, $2x+7$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Arătați că, pentru orice număr real m, graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+(m-1)x-m$ intersectează axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2-x}=2x-1$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $\{1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice relaţia $5^{n-1}>(n+1)!$.

5p **5.** Determinați numerele reale a și b, știind că, în reperul cartezian xOy, punctul de intersecție a dreptelor $x+(2a+1)y-4=0$ și $3x+by-8=0$ este $M(a,-2)$.

5p **6.** Arătați că $\dfrac{\sin 2x}{1+\cos 2x}=\operatorname{tg} x$, pentru orice număr real $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră determinantul $D(x,y)=\begin{vmatrix}1 & x & \frac{1}{x}\\ 1 & y & \frac{1}{y}\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale nenule.

5p **a)** Arătaţi că $D\left(2,\dfrac{1}{2}\right)=0$.

5p **b)** Arătaţi că $D(x,y)=-\dfrac{1}{2xy}(2x-1)(2y-1)(x-y)$, pentru orice numere reale nenule x şi y.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $D(\log_2 x,\, 2)=0$.

2. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}1&2&a\\a&1&2\\2&a&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $2A(1)-A(-1)=A(3)$.

5p **b)** Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A(a)+bI_3=2\left(A(1)-I_3\right)\left(A(1)-I_3\right)$.

5p **c)** Arătaţi că matricea $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr natural n.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\dfrac{x+1}{x}$ și şirul de numere reale $(a_n)_{n\ge1}$, $a_n=f(1)+f(2)+...+f(n)$.

5p **a)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **b)** Arătați că șirul $(a_n)_{n\ge1}$ este crescător.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty}(2n+1)(a_n-\ln n)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x+a+1, & x\le 1\\ x^2+a^2x, & x>1\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Determinați numerele reale a pentru care funcția f este continuă în $x=1$.

5p **b)** Pentru $a=2$, calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{f(x)}-\sqrt{f(x)+x}\right)$.

5p **c)** Pentru $a=-1$, arătați că ecuația $f(x)+2^x=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1,0]$.

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2(2x+3)=5+(2x+7)$	**2p**
	$x=3$	**3p**
2.	$\Delta=(m-1)^2+4m=$	**2p**
	$=(m+1)^2\geq 0$, deci, pentru orice număr real m, graficul funcției f intersectează axa Ox	**3p**
3.	$2-x=(2x-1)^2 \Leftrightarrow 4x^2-3x-1=0$	**2p**
	$x_1=-\frac{1}{4}$, care nu verifică ecuația, și $x_2=1$, care verifică ecuația	**3p**
4.	Elementele mulțimii $\{1,2,3,4,5\}$ care verifică relaţia $5^{n-1}>(n+1)!$ sunt 3 și 4, deci sunt 2 cazuri favorabile	**2p**
	Mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$ are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri posibile	**1p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{2}{5}$	**2p**
5.	$a+(2a+1)\cdot(-2)-4=0 \Leftrightarrow a=-2$	**3p**
	$3\cdot(-2)+b\cdot(-2)-8=0 \Leftrightarrow b=-7$	**2p**
6.	$\sin 2x=2\sin x\cos x$	**2p**
	$1+\cos 2x=2\cos^2 x \Rightarrow \frac{2\sin x\cos x}{2\cos^2 x}=\frac{\sin x}{\cos x}=\operatorname{tg} x$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$D\left(2,\frac{1}{2}\right)=\begin{vmatrix}1 & 2 & \frac{1}{2}\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0$, deoarece determinantul are două linii egale	**3p**
b)	$D(x,y)=\begin{vmatrix}0 & x-\frac{1}{2} & \frac{1}{x}-2\\ 0 & y-\frac{1}{2} & \frac{1}{y}-2\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{y}-2\right)-\left(y-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x}-2\right)=-\frac{1}{2xy}(2x-1)(2y-1)(x-y)$	**3p**

c)	$\left(2\log_2 x-1\right)\left(2\cdot 2-1\right)\left(\log_2 x-2\right)=0$ $x=\sqrt{2}$ sau $x=4$, care verifică ecuația	**3p** **2p**
2.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&1&2\\2&1&1\end{pmatrix}$, $A(-1)=\begin{pmatrix}1&2&-1\\-1&1&2\\2&-1&1\end{pmatrix}$ $2A(1)-A(-1)=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\\2&3&1\end{pmatrix}=A(3)$	**2p** **3p**
b)	$A(a)+bI_2=\begin{pmatrix}1+b&2&a\\a&1+b&2\\2&a&1+b\end{pmatrix}$, $A(1)-I_3=\begin{pmatrix}0&2&1\\1&0&2\\2&1&0\end{pmatrix}$, $\left(A(1)-I_3\right)\left(A(1)-I_3\right)=\begin{pmatrix}4&1&4\\4&4&1\\1&4&4\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1+b&2&a\\a&1+b&2\\2&a&1+b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&2&8\\8&8&2\\2&8&8\end{pmatrix}\Leftrightarrow a=8,\ b=7$	**3p** **2p**
c)	$\det\left(A(n)\right)=\begin{vmatrix}1&2&n\\n&1&2\\2&n&1\end{vmatrix}=(n+3)\left(n^2-3n+3\right)$ Ecuaţia $\det\left(A(n)\right)=0$ nu are soluţii în mulţimea numerelor naturale, deci matricea $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr natural n	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\frac{x+1}{x}=0$ Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p** **2p**
b)	$a_{n+1}-a_n=f(n+1)=$ $=\ln\left(1+\frac{1}{n+1}\right)>0$, pentru orice număr natural nenul n, deci șirul $\left(a_n\right)_{n\geq 1}$ este crescător	**2p** **3p**
c)	$a_n=\ln\frac{2}{1}+\ln\frac{3}{2}+\ldots+\ln\frac{n+1}{n}=\ln\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\ldots\cdot\frac{n+1}{n}\right)=\ln(n+1)$ $\lim\limits_{n\to+\infty}(2n+1)\left(\ln(n+1)-\ln n\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)^{2n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}\ln\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}\right)^{\frac{2n+1}{n}}=\ln e^2=2$	**2p** **3p**
2.a)	f este continuă în $x=1\Rightarrow\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)=f(1)$ $a+3=1+a^2\Leftrightarrow a^2-a-2=0\Leftrightarrow a_1=-1$ și $a_2=2$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+4x+x}\right)=$ $=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x}{\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+5x}}=-\frac{1}{2}$	**2p** **3p**
c)	$g:[-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)+2^x=2x+2^x$ Cum g este continuă pe $[-1,0]$, $g(-1)=-\frac{3}{2}<0$ și $g(0)=1>0$, ecuația $f(x)+2^x=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1,0]$	**2p** **3p**

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați a_{2015}, știind că $(a_n)_{n\geq 1}$ este progresie aritmetică cu $a_1 = 2015$ și $r = -1$.

5p **2.** Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul $A(2,-3)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (2m+1)x + 3$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu 2 elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, ..., 9\}$, aceasta să fie formată doar din pătrate perfecte.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,-2)$ şi $C(1,2)$. Determinaţi coordonatele punctului B, ştiind că patrulaterul $OABC$ este paralelogram.

5p **6.** Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 3\sqrt{3}$ și $BD = 6$. Calculaţi aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & 4 \\ 2 & x-1 & 7-x \\ 1 & -2 & x^2 \end{vmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculați $D(1)$.

5p **b)** Arătaţi că $D(x) = -(x-1)(x+1)(x+2)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $D\left(2^x - 3\right) = 0$.

2. Se consideră matricea $X(a) = \begin{pmatrix} 1+3a & -6a \\ a & 1-2a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $X(-1) + X(1) = 2X(0)$.

5p **b)** Arătați că $X(a)\cdot X(b) = X(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ este inversabilă.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$.

5p **a)** Arătați că dreapta de ecuație $x = 1$ este asimptotă verticală la graficul funcției f.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x)-4}{x-2}$.

5p **c)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^{x+1} - 3, & x \leq -1 \\ 2x^3 + (a-3)x - 4, & x > -1 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Determinaţi numărul real a pentru care funcţia f este continuă în $x = -1$.

5p **b)** Arătaţi că $f(x) + 2 \leq 0$, pentru orice $x \leq -1$.

5p **c)** Pentru $a = -1$, arătaţi că ecuația $f(x) = 0$ are cel puţin o soluţie în intervalul $[0,2]$.

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_{2015}=2015+2014\cdot(-1)=$ $=1$	**3p** **2p**
2.	$f(2)=-3\Leftrightarrow -4m+5=-3$ $m=2$	**3p** **2p**
3.	$x+1-2\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1}+x-1=2\Leftrightarrow x-1=\sqrt{x^2-1}$ $x=1$, care verifică ecuația	**3p** **2p**
4.	Sunt 3 pătrate perfecte în mulțime, deci sunt $C_3^2=3$ cazuri favorabile Sunt $C_9^2=36$ de cazuri posibile $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$	**2p** **1p** **2p**
5.	Diagonalele paralelogramului $OABC$ se înjumătățesc, deci $x_A+x_C=x_O+x_B\Rightarrow x_B=6$ $y_A+y_C=y_O+y_B\Rightarrow y_B=0$	**3p** **2p**
6.	$AD=3$ $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{3\cdot 3\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{2}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$D(1)=\begin{vmatrix}1&1&4\\2&0&6\\1&-2&1\end{vmatrix}=$ $=0-16+6-0-2+12=0$	**2p** **3p**
b)	$D(x)=\begin{vmatrix}1&x&4\\0&-1-x&-1-x\\0&-2-x&x^2-4\end{vmatrix}=-(x+1)(x+2)\begin{vmatrix}1&x&4\\0&1&1\\0&-1&x-2\end{vmatrix}=$ $=-(x+1)(x+2)\begin{vmatrix}1&1\\-1&x-2\end{vmatrix}=-(x-1)(x+1)(x+2)$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**
c)	$(2^x-4)(2^x-2)(2^x-1)=0$ $x_1=0$, $x_2=1$ și $x_3=2$	**2p** **3p**
2.a)	$X(-1)=\begin{pmatrix}-2&6\\-1&3\end{pmatrix}$, $X(1)=\begin{pmatrix}4&-6\\1&-1\end{pmatrix}$, $X(0)=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ $X(-1)+X(1)=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}=2X(0)$	**3p** **2p**

b)	$X(a)\cdot X(b)=\begin{pmatrix}1+3a & -6a\\ a & 1-2a\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1+3b & -6b\\ b & 1-2b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+3a+3b+3ab & -6a-6b-6ab\\ a+b+ab & 1-2a-2b-2ab\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1+3(a+b+ab) & -6(a+b+ab)\\ a+b+ab & 1-2(a+b+ab)\end{pmatrix}=X(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
c)	$\det(X(a))=1+a$	**2p**
	$\det(X(a))=0\Leftrightarrow a=-1$, deci matricea $X(a)$ este inversabilă pentru $a\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\frac{x^2}{x-1}=$	**2p**
	$=+\infty$, deci dreapta de ecuație $x=1$ este asimptotă verticală la graficul funcției f	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4x+4}{(x-1)(x-2)}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)^2}{(x-1)(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{x-1}=0$	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=1$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=1$, deci dreapta de ecuaţie $y=x+1$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p**
2.a)	f este continuă în $x=-1\Leftrightarrow\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} f(x)=f(-1)$	**2p**
	$-2=-2-a+3-4\Leftrightarrow a=-1$	**3p**
b)	$x\le -1\Rightarrow x+1\le 0\Rightarrow e^{x+1}\le e^0$	**2p**
	$e^{x+1}-3\le 1-3\Rightarrow f(x)\le -2\Rightarrow f(x)+2\le 0$, pentru orice $x\le -1$	**3p**
c)	$f(x)=2x^3-4x-4$, $f(0)=-4$ și $f(2)=4$	**3p**
	Cum f este continuă pe $[0,2]$ și $f(0)\cdot f(2)<0$, ecuația $f(x)=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[0,2]$	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați media aritmetică a numerelor $a=3$ și $b=\sqrt{25}$.

5p **2.** Calculați $(f\circ g)(-2)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-4$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+5$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x^2+4}=2\sqrt{3}$.

5p **4.** Determinați numărul elementelor care sunt divizibile cu 5 şi nu sunt divizibile cu 10, din mulţimea $M=\{1,2,3,...,50\}$.

5p **5.** Determinați numărul real m, știind că punctul $A(3,m-1)$ este situat pe dreapta de ecuație $x+y-3=0$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5$, $AC=5$ și $BC=6$. Calculați $\cos B$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră determinantul $D(m)=\begin{vmatrix}2 & -1 & 1\\ m & 1 & -1\\ 2 & 3 & m\end{vmatrix}$, unde m este număr real.

5p **a)** Calculați $D(0)$.

5p **b)** Arătați că $D(m)=(m+2)(m+3)$, pentru orice număr real m.

5p **c)** Determinaţi numerele naturale n pentru care $D(n^2-3n)=0$.

2. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & -1\\ a & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $A(-1)+A(1)=2A(0)$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $A(a)\cdot\begin{pmatrix}3 & 1\\ -2 & 1\end{pmatrix}=5I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $A(1)\cdot X=4A(2)$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\dfrac{4}{x-2}$.

5p **a)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to3} f(x)$.

5p **b)** Determinaţi ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to2}\left((x-2)f(x)\right)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x^2+x-1, & x\le 1\\ x+1, & x>1\end{cases}$.

5p **a)** Calculați $f(0)+f(2)$.

5p **b)** Arătați că funcția f este continuă în $x=1$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x)\le 0$.

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{25}=5$	**2p**
	$m_a=\frac{3+5}{2}=4$	**3p**
2.	$g(-2)=1$	**2p**
	$(f\circ g)(-2)=f(1)=-1$	**3p**
3.	$2x^2+4=12$	**2p**
	$x_1=-2$ şi $x_2=2$, care verifică ecuaţia	**3p**
4.	Numerele cerute sunt 5, 15, 25, 35 și 45	**3p**
	Sunt 5 numere care sunt divizibile cu 5 și nu sunt divizibile cu 10	**2p**
5.	$3+(m-1)-3=0$	**3p**
	$m=1$	**2p**
6.	$\cos B=\frac{5^2+6^2-5^2}{2\cdot 5\cdot 6}=$	**3p**
	$=\frac{3}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$D(0)=\begin{vmatrix}2 & -1 & 1\\ 0 & 1 & -1\\ 2 & 3 & 0\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0+0+2-2+6-0=6$	**3p**
b)	$D(m)=\begin{vmatrix}2 & -1 & 1\\ m & 1 & -1\\ 2 & 3 & m\end{vmatrix}=m^2+2m+3m+6=$	**3p**
	$=m(m+2)+3(m+2)=(m+2)(m+3)$, pentru orice număr real m	**2p**
c)	$(n^2-3n+2)(n^2-3n+3)=0$	**3p**
	$n_1=1$ şi $n_2=2$	**2p**
2.a)	$A(-1)=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}$, $A(1)=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $A(0)=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 3\end{pmatrix}$	**3p**
	$A(-1)+A(1)=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 0 & 6\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 3\end{pmatrix}=2A(0)$	**2p**

b)	$A(a)\cdot\begin{pmatrix}3 & 1\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 3a-6 & a+3\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}5 & 0\\ 3a-6 & a+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}\Leftrightarrow a=2$	**2p**
c)	$\det\left(A(1)\right)=4\neq 0\Rightarrow\left(A(1)\right)^{-1}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}3 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=4\cdot\frac{1}{4}\begin{pmatrix}3 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}\Rightarrow X=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 1 & 4\end{pmatrix}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 3}\left(x+\frac{4}{x-2}\right)=3+4=$	**3p**
	$=7$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{4}{x(x-2)}\right)=1$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4}{x-2}=0$, deci dreapta de ecuație $y=x$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to 2}\left((x-2)\left(x+\frac{4}{x-2}\right)\right)=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x(x-2)+4\right)}{x-2}=$	**3p**
	$=4$	**2p**
2.a)	$f(0)+f(2)=-1+3=$	**3p**
	$=2$	**2p**
b)	$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}\left(2x^2+x-1\right)=2$	**2p**
	$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\left(x+1\right)=2$	**2p**
	Cum $f(1)=2$, obținem $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=f(1)$, deci funcția f este continuă în punctul $x=1$	**1p**
c)	Dacă $x\in(1,+\infty)$, atunci $f(x)=x+1$ și $x+1\leq 0$ nu are soluții în intervalul $(1,+\infty)$	**2p**
	Dacă $x\in(-\infty,1]$, atunci $f(x)=2x^2+x-1$ și $2x^2+x-1\leq 0\Leftrightarrow x\in\left[-1,\frac{1}{2}\right]$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1**. Calculați $2^{-2}\cdot 3-\left(\frac{1}{4}\right)^0$.

5p **2.** Calculați $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)+f(2)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-4x+1$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x^2-5x+3}=-1$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{1, 2, ..., 25\}$, acesta să fie număr par.

5p **5.** Determinați numărul real a, știind că dreptele $d_1: 3x+(a+5)y-4=0$ și $d_2: 3x+2y-5=0$ sunt paralele.

5p **6.** Calculați aria unui pătrat, știind că lungimea uneia dintre diagonale este egală cu $6\,\text{dm}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-3x-3y+12$.

5p **1.** Calculați $0*2$.

5p **2.** Arătați că $x*y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Verificați dacă $e=4$ este element neutru al legii de compoziție „*”.

5p **4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(2x)*x=3$.

5p **5.** Arătați că $x*(-x)\le 12$, pentru orice număr real x.

5p **6.** Arătați că dacă x și y sunt numere întregi, multipli de 3, atunci numărul $x*y$ este întreg, multiplu de 3.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră $\mathbb{Z}_8=\{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{6}, \hat{7}\}$, mulțimea claselor de resturi modulo 8.

5p **1.** Calculați $\hat{1}\cdot\hat{2}\cdot\hat{3}\cdot\hat{4}\cdot\hat{5}$ în $\mathbb{Z}_8$.

5p **2.** Arătați că $\hat{4}\cdot(\hat{3}+\hat{5})=\hat{4}\cdot\hat{3}+\hat{4}\cdot\hat{5}$ în $\mathbb{Z}_8$.

5p **3.** Rezolvați în $\mathbb{Z}_8$ ecuația $\hat{2}x+\hat{2}=\hat{0}$.

5p **4.** Determinați simetricul elementului $\hat{3}$ în raport cu operația de înmulțire din $\mathbb{Z}_8$.

5p **5.** Determinați mulțimea $A=\{x\in\mathbb{Z}_8 \mid x^3=x\}$.

5p **6.** Rezolvați în $\mathbb{Z}_8$ sistemul $\begin{cases}\hat{2}x+y=\hat{5}\\ \hat{3}x+\hat{7}y=\hat{1}\end{cases}$.

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2^{-2}=\frac{1}{4}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^0=1$ $\frac{1}{4}\cdot 3-1=-\frac{1}{4}$	**2p** **3p**
2.	$f(-2)+f(2)=2$, $f(-1)+f(1)=2$, $f(0)=1$ $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)+f(2)=2+2+1=5$	**3p** **2p**
3.	$x^2-5x+3=-1$ $x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow x_1=1$ și $x_2=4$, care verifică ecuația	**2p** **3p**
4.	Sunt 12 numere pare în mulțimea $\{1, 2, ..., 25\}$, deci sunt 12 cazuri favorabile Sunt 25 de numere în mulțimea $\{1, 2, ..., 25\}$, deci sunt 25 de cazuri posibile $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{12}{25}$	**2p** **1p** **2p**
5.	$\frac{3}{3}=\frac{a+5}{2}$ $a=-3$	**3p** **2p**
6.	$l_{\text{pătrat}}=3\sqrt{2}$ dm $\mathcal{A}_{\text{pătrat}}=\left(3\sqrt{2}\right)^2=18\text{ dm}^2$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$0*2=0\cdot 2-3\cdot 0-3\cdot 2+12=$ $=6$	**3p** **2p**
2.	$x*y=xy-3x-3y+9+3=$ $=x(y-3)-3(y-3)+3=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y	**2p** **3p**
3.	$x*4=(x-3)(4-3)+3=x$ $4*x=(4-3)(x-3)+3=x$, pentru orice număr real x	**2p** **3p**
4.	$(2x-3)(x-3)+3=3 \Leftrightarrow (2x-3)(x-3)=0$ $x_1=\frac{3}{2}$ și $x_2=3$	**3p** **2p**
5.	$x*(-x)=(x-3)(-x-3)+3=$ $=12-x^2\le 12$, pentru orice număr real x	**2p** **3p**
6.	Pentru $x=3m$ și $y=3n$, cu m și n numere întregi, numărul $x*y=(3m-3)(3n-3)+3=$ $=3(m-1)(3n-3)+3=3((m-1)(3n-3)+1)$ este întreg, multiplu de 3	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\hat{2}\cdot\hat{4}=\hat{0}$	**3p**
	$\hat{1}\cdot\hat{2}\cdot\hat{3}\cdot\hat{4}\cdot\hat{5}=\hat{0}$	**2p**
2.	$\hat{4}\cdot\left(\hat{3}+\hat{5}\right)=\hat{4}\cdot\hat{0}=\hat{0}$	**2p**
	$\hat{4}\cdot\hat{3}+\hat{4}\cdot\hat{5}=\hat{4}+\hat{4}=\hat{0}\Rightarrow\hat{4}\cdot\left(\hat{3}+\hat{5}\right)=\hat{4}\cdot\hat{3}+\hat{4}\cdot\hat{5}$	**3p**
3.	$\hat{3}$ şi $\hat{7}$ sunt soluţii ale ecuaţiei	**3p**
	Celelalte elemente ale lui $\mathbb{Z}_8$ nu sunt soluţii ale ecuaţiei	**2p**
4.	$\hat{3}\cdot\hat{3}=\hat{1}$	**3p**
	Simetricul elementului $\hat{3}$ în raport cu operația de înmulțire din $\mathbb{Z}_8$ este $\hat{3}$	**2p**
5.	$\hat{0}^3=\hat{0}$, $\hat{1}^3=\hat{1}$, $\hat{2}^3=\hat{0}$, $\hat{3}^3=\hat{3}$, $\hat{4}^3=\hat{0}$, $\hat{5}^3=\hat{5}$, $\hat{6}^3=\hat{0}$ şi $\hat{7}^3=\hat{7}$	**3p**
	$A=\left\{\hat{0},\hat{1},\hat{3},\hat{5},\hat{7}\right\}$	**2p**
6.	$\begin{cases}\hat{2}x+y=\hat{5}\\ \hat{3}x+\hat{7}y=\hat{1}\end{cases}\Rightarrow\hat{5}x=\hat{6}$	**3p**
	$x=\hat{6},\ y=\hat{1}$, care verifică ecuaţiile sistemului	**2p**