Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați partea reală a numărului complex $z=\frac{3+2i}{2-3i}$.

5p **2.** Determinați numărul real a, știind că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x-a$ are graficul tangent axei Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x}+3\cdot 4^x-16=0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu două elemente ale mulțimii $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, aceasta să aibă un singur element număr par.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ și $N(4,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului MN.

5p **6.** Arătați că $\left(\sin x+\sin(\pi-x)\right)^2+\left(\cos x+\cos(2\pi-x)\right)^2=4$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}0&0&-1\\x&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $A(1)+A(-1)=2A(0)$.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det\left(A(x)+I_3\right)=0$.

5p **c)** Arătați că $\det\left(aI_3-bA(-1)+cA(-1)\cdot A(-1)\right)\geq 0$, pentru orice numere reale pozitive a, b și c.

2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x*y=xy-5x-5y+30$.

5p **a)** Arătați că $x*y=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere întregi x și y.

5p **b)** Determinați elementele simetrizabile în raport cu legea de compoziție „$*$”.

5p **c)** Calculați $d_1*d_2*\dots*d_8$, unde $d_1,d_2,\dots,d_8$ sunt divizorii naturali ai lui 2015.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln(x+1)$.

5p **a)** Calculați $f'(x)$, $x\in(-1,+\infty)$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-f(x)-\ln 2}{x-1}$.

5p **c)** Demonstrați că $\ln(x+1)\leq x$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)+x^2f(x)}{x^4+1}dx=\frac{\pi}{8}$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1}{x-1}\int_1^x f(t)\,dt$.

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=\frac{(2+3i)(3+2i)}{4+9}=\frac{13i}{13}=i$	**3p**
	Partea reală a numărului z este egală cu 0	**2p**
2.	$\Delta=1+4a$	**2p**
	$1+4a=0\Leftrightarrow a=-\frac{1}{4}$	**3p**
3.	$4^x+3\cdot4^x-16=0\Leftrightarrow 4\cdot4^x=16$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Sunt $C_3^1\cdot C_4^1=12$ cazuri favorabile	**2p**
	Sunt $C_7^2=21$ de cazuri posibile	**1p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$	**2p**
5.	Mediatoarea d trece prin punctul $P(3,2)$, care este mijlocul segmentului MN	**2p**
	$m_{MN}=-1\Rightarrow m_d=1$	**1p**
	Ecuația dreptei d este $y=x-1$	**2p**
6.	$\sin(\pi-x)=\sin x$, $\cos(2\pi-x)=\cos x$	**2p**
	$(2\sin x)^2+(2\cos x)^2=4(\sin^2 x+\cos^2 x)=4$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)+A(-1)=\begin{pmatrix}0&0&-1\\1&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&-1\\-1&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&-2\\0&0&0\\0&-2&0\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix}=2A(0)$	**2p**
b)	$A(x)+I_3=\begin{pmatrix}1&0&-1\\x&1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(x)+I_3)=\begin{vmatrix}1&0&-1\\x&1&0\\0&-1&1\end{vmatrix}=1+x$	**3p**
	$1+x=0\Leftrightarrow x=-1$	**2p**
c)	$aI_3-bA(-1)+cA(-1)\cdot A(-1)=\begin{pmatrix}a&0&0\\0&a&0\\0&0&a\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&0&-b\\-b&0&0\\0&-b&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&c&0\\0&0&c\\c&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a&c&b\\b&a&c\\c&b&a\end{pmatrix}$	**2p**

	$\det\left(aI_3 - bA(-1) + cA(-1)\cdot A(-1)\right) = \begin{vmatrix} a & c & b \\ b & a & c \\ c & b & a \end{vmatrix} = (a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right) =$	**1p**
	$=\frac{1}{2}(a+b+c)\left((a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right) \geq 0$, pentru orice numere reale pozitive a, b și c	**2p**
2.a)	$x * y = xy - 5x - 5y + 25 + 5 =$	**2p**
	$= x(y-5) - 5(y-5) + 5 = (x-5)(y-5) + 5$, pentru orice numere întregi x și y	**3p**
b)	Elementul neutru al legii de compoziție „$*$” este 6	**1p**
	x este simetrizabil dacă există $x' \in \mathbb{Z}$ astfel încât $x * x' = x' * x = 6$, de unde $x' = 5 + \frac{1}{x-5}$	**2p**
	Cum x' este număr întreg, obținem $x = 4$ sau $x = 6$	**2p**
c)	$x * 5 = 5$ și $5 * y = 5$, pentru x și y numere întregi	**2p**
	5 este divizor al lui 2015	**1p**
	2015 are 8 divizori naturali și legea de compoziție este asociativă, avem $d_1 * d_2 * \cdots * d_8 = 5$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = x' - \left(\ln(x+1)\right)' =$	**2p**
	$= 1 - \frac{1}{x+1}$, $x \in (-1, +\infty)$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to 1} \frac{x - f(x) - \ln 2}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{\ln(x+1) - \ln 2}{x-1} =$	**2p**
	$= \frac{1}{2}$	**3p**
c)	$f'(0) = 0$, $f'(x) < 0$, pentru orice $x \in (-1, 0)$ și $f'(x) > 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	**3p**
	$f(x) \geq f(0) \Rightarrow \ln(x+1) \leq x$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\,dx = \frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)\Big\|_0^1 =$	**3p**
	$= \frac{1}{2}\ln 2$	**2p**
b)	$\int_0^1 \frac{f(x) + x^2 f(x)}{x^4+1}\,dx = \int_0^1 \frac{x}{x^4+1}\,dx =$	**2p**
	$= \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(x^2\right)\Big\|_0^1 = \frac{\pi}{8}$	**3p**
c)	Din regula lui l`Hospital pentru cazul $\frac{0}{0}$, limita cerută este egală cu $\lim\limits_{x\to 1}\left(\int_1^x f(t)\,dt\right)' =$	**3p**
	$= \lim\limits_{x\to 1} f(x) = \frac{1}{2}$	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați numărul real care are partea întreagă -2 și partea fracționară $0,75$.

5p **2.** Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-\frac{4}{3}x+4$ cu axa Ox și, respectiv, cu axa Oy.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+10}=81$.

5p **4.** Determinați numărul natural n pentru care $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\ldots+C_n^n=64$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-1,1)$, $N(3,1)$ și $P(3,5)$. Arătați că triunghiul MNP este isoscel.

5p **6.** Calculați raza cercului înscris în triunghiul ABC, știind că $AB=6$, $AC=8$ și $BC=10$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x,a)=\begin{pmatrix} x & a & a \\ -a & x & a \\ -a & -a & x \end{pmatrix}$, unde x și a sunt numere reale.

5p **a)** Calculați $\det(A(2,0))$.

5p **b)** Arătați că $A(x,a)+A(x,-a)=2x\,A(1,0)$, pentru orice numere reale x și a.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A(x,-3))=0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=3xy+3x+3y+2$.

5p **a)** Arătați că $x\circ y=3(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați numerele întregi a și b, știind că $a\circ b=2$.

5p **c)** Calculaţi $(-1)\circ 0\circ 1\circ\ldots\circ 2015$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x-e^x+1$.

5p **a)** Calculați $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3+3x^2+2x+1$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **b)** Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(-1)=1$.

5p **c)** Arătați că pentru orice număr real nenul a are loc relația $\int_0^a f(x)\,dx+\frac{1}{a}\int_a^0 f(x)\,dx=a^4-1$.

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$-2+0,75=$ $=-1,25$	**3p** **2p**
2.	Punctele de intersecție cu axele de coordonate sunt $A(3,0)$ și, respectiv, $B(0,4)$ Distanța AB este egală cu 5	**2p** **3p**
3.	$\left(3^{-1}\right)^{2x+10}=3^4 \Leftrightarrow -2x-10=4$ $x=-7$	**3p** **2p**
4.	$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\ldots+C_n^n=2^n$ $2^n=64 \Leftrightarrow n=6$	**3p** **2p**
5.	$MN=4$ $NP=4 \Rightarrow \Delta MNP$ este isoscel	**2p** **3p**
6.	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=24$ $p=12$, deci $r=2$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det\left(A(2,0)\right)=\begin{vmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{vmatrix}=$ $=8$	**3p** **2p**
b)	$A(x,a)+A(x,-a)=\begin{pmatrix}x&a&a\\-a&x&a\\-a&-a&x\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x&-a&-a\\a&x&-a\\a&a&x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x&0&0\\0&2x&0\\0&0&2x\end{pmatrix}=$ $=2x\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=2xA(1,0)$, pentru orice numere reale x și a	**2p** **3p**
c)	$\det\left(A(x,-3)\right)=\begin{vmatrix}x&-3&-3\\3&x&-3\\3&3&x\end{vmatrix}=x^3+27x$ $x\left(x^2+27\right)=0 \Leftrightarrow x=0$	**3p** **2p**
2.a)	$x\circ y=3xy+3x+3y+3-1=$ $=3x(y+1)+3(y+1)-1=3(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y	**2p** **3p**
b)	$a\circ b=2 \Leftrightarrow (a+1)(b+1)=1$ Cum a și b sunt numere întregi, obținem $a=-2, b=-2$ sau $a=0, b=0$	**2p** **3p**

c)	$(-1)\circ x=-1$, unde x este număr real	**2p**
	$(-1)\circ 0\circ 1\circ\ldots\circ 2015=(-1)\circ(0\circ 1\circ\ldots\circ 2015)=-1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^x+xe^x-e^x=$	**3p**
	$=xe^x$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x}{e^{-x}}-e^x+1\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{e^{-x}}+1=1$	**3p**
	Dreapta $y=1$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$ la graficul funcției f	**2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$	**1p**
	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$, deci f este descrescătoare pe $(-\infty,0]$	**2p**
	$f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$, deci f este crescătoare pe $[0,+\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_0^1\left(4x^3+3x^2+2x+1\right)dx=\left(x^4+x^3+x^2+x\right)\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=4$	**2p**
b)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^4+x^3+x^2+x+c$, unde $c\in\mathbb{R}$	**2p**
	$F(-1)=1\Rightarrow c=1$, deci $F(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$	**3p**
c)	$\int_0^a f(x)dx+\frac{1}{a}\int_a^0 f(x)dx=\int_0^a\left(4x^3+3x^2+2x+1\right)dx+\frac{1}{a}\int_a^0\left(4x^3+3x^2+2x+1\right)dx=$	**2p**
	$=\left(a^4+a^3+a^2+a\right)-\frac{1}{a}\left(a^4+a^3+a^2+a\right)=a^4-1$, pentru orice număr real nenul a	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 1$ și $a_3 = 5$.
5p	**2.** Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-2$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2-x}=\frac{1}{9}$.
5p	**4.** După o ieftinire cu 15%, prețul unui obiect este 34 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de ieftinire.
5p	**5**. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(-3,2)$ și $C(5,2)$. Calculați lungimea medianei din vârful A al triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $\operatorname{tg}30°\operatorname{ctg}60°+\operatorname{tg}60°\operatorname{ctg}30°=\frac{10}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Calculați $\det A$.
5p	**b)** Determinați numărul real x, știind că $A\cdot A=xA$.
5p	**c)** Determinați numerele reale a pentru care $\det(A+aI_2)=0$.
	2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+2x+2y+2$.
5p	**a)** Arătați că $x*y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**b)** Calculați $(-2015)*(-2)*0*2*2015$.
5p	**c)** Determinați numerele naturale n, știind că numărul $n*(-n)$ este natural.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x-2}{x+2}$.
5p	**a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in(-2,+\infty)$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
	2. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ și $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^2-x+1$.
5p	**a)** Calculaţi $\int_0^1 (f(x)+1)dx$.
5p	**b)** Arătați că funcția F este o primitivă a funcţiei f.
5p	**c)** Determinați numărul natural nenul n, știind că $\int_0^n F(x)dx=\frac{n^3}{3}$.

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_2 = 3$ $a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 3 + 5 = 9$	**3p** **2p**
2.	$x^2 - x = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$ $x_1 = 1$ și $x_2 = 2$	**3p** **2p**
3.	$3^{2-x} = 3^{-2} \Leftrightarrow 2 - x = -2$ $x = 4$	**3p** **2p**
4.	$p - 15\% \cdot p = 34$, unde p este prețul obiectului înainte de ieftinire $p = 40$ de lei	**2p** **3p**
5.	$x_M = 1$, $y_M = 2$, unde punctul M este mijlocul laturii BC $AM = 2$	**2p** **3p**
6.	$\operatorname{tg}30^\circ \operatorname{ctg}60^\circ + \operatorname{tg}60^\circ \operatorname{ctg}30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} =$ $= \frac{1}{3} + 3 = \frac{10}{3}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 - 6 \cdot 1 =$ $= 0$	**3p** **2p**
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 5 & 10 \end{pmatrix} =$ $= 5\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 5A$, de unde obținem $x = 5$	**3p** **2p**
c)	$\det\left(A + aI_2\right) = \begin{vmatrix} 3+a & 6 \\ 1 & 2+a \end{vmatrix} = (3+a)(2+a) - 6 = a^2 + 5a$ $a^2 + 5a = 0 \Leftrightarrow a_1 = -5$ și $a_2 = 0$	**3p** **2p**
2.a)	$x * y = xy + 2x + 2y + 4 - 2 =$ $= x(y+2) + 2(y+2) - 2 = (x+2)(y+2) - 2$, pentru orice numere reale x și y	**2p** **3p**
b)	$x * (-2) = -2$ și $(-2) * y = -2$, pentru x și y numere reale $(-2015) * (-2) * 0 * 2 * 2015 = ((-2015) * (-2)) * 0 * 2 * 2015 = (-2) * (0 * 2 * 2015) = -2$	**3p** **2p**
c)	$n * (-n) = (n+2)(-n+2) - 2 = 2 - n^2$ $2 - n^2 \in \mathbb{N} \Rightarrow n_1 = 0$ și $n_2 = 1$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{1\cdot(x+2)-(x-2)\cdot 1}{(x+2)^2}=$	**3p**
	$=\frac{4}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$	**2p**
b)	$f(0)=-1$, $f'(0)=1$	**3p**
	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)\Rightarrow y=x-1$	**2p**
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-2}{x+2}=1$	**3p**
	Dreapta $y=1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcţiei f	**2p**
2.a)	$\int_0^1 (f(x)+1)dx=\int_0^1 2xdx=x^2\Big\|_0^1=$	**2p**
	$=1-0=1$	**3p**
b)	$F'(x)=(x^2-x+1)'=2x-1=$	**3p**
	$=f(x)$, pentru orice număr real x, deci F este o primitivă a funcţiei f	**2p**
c)	$\int_0^n F(x)dx=\int_0^n(x^2-x+1)dx=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x\right)\Big\|_0^n=\frac{n^3}{3}-\frac{n^2}{2}+n$	**2p**
	$\frac{n^3}{3}-\frac{n^2}{2}+n=\frac{n^3}{3}\Leftrightarrow n^2-2n=0$ și cum n este număr natural nenul, obținem $n=2$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(-3+\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right):\left(-\frac{11}{2}\right)=\frac{1}{2}$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$ cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2-3x}=4^{x-2}$.

5p **4.** După o scumpire cu 10% un obiect costă 594 lei. Calculați prețul obiectului înainte de scumpire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $D(2,4)$, $E(-2,-2)$ și $F(6,-2)$. Determinați coordonatele mijlocului medianei din vârful D al triunghiului DEF.

5p **6.** Calculați perimetrul triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $\operatorname{tg} B=\frac{3}{4}$ și $AC=9$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=xy-2x-2y+6$.

5p **1.** Calculați $4\circ 2$.

5p **2.** Verificați dacă legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Arătați că $x\circ y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Arătați că $2\circ x=2$, pentru orice număr real x.

5p **5.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x\circ x=10$.

5p **6.** Determinați perechile de numere întregi (m,n), știind că $m\circ n=3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră mulțimea $G=\left\{A(x)=\begin{pmatrix}1-x & x\\ -2x & 1+2x\end{pmatrix}\middle|\, x\in\mathbb{R}\right\}$.

5p **1.** Arătați că matricea $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ aparține mulțimii G.

5p **2.** Calculați $\det(A(1))$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $A(x^2)-A(2x)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **4.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care matricea $A(x)$ este inversabilă.

5p **5.** Arătați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **6.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)=A(0)$.

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XII-a

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$-3+\left(-\frac{1}{2}\right)^2=-3+\frac{1}{4}=-\frac{11}{4}$	**3p**
	$-\frac{11}{4}:\left(-\frac{11}{2}\right)=\frac{1}{2}$	**2p**
2.	$f(x)=0\Leftrightarrow-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}=0$	**3p**
	$x=2$ și $y=0$	**2p**
3.	$2^{x^2-3x}=2^{2x-4}\Leftrightarrow x^2-5x+4=0$	**3p**
	$x_1=1$ și $x_2=4$	**2p**
4.	$p+10\%\cdot p=594$, unde p este prețul obiectului înainte de scumpire	**2p**
	$p=540$ de lei	**3p**
5.	$x_M=2$, $y_M=-2$, unde punctul M este mijlocul segmentului EF	**3p**
	$x_N=2$, $y_N=1$, unde punctul N este mijlocul medianei DM	**2p**
6.	$\operatorname{tg}B=\frac{3}{4}\Rightarrow AB=12$	**2p**
	$BC=15\Rightarrow P_{\Delta ABC}=36$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$4\circ2=4\cdot2-2\cdot4-2\cdot2+6=$	**3p**
	$=2$	**2p**
2.	$y\circ x=yx-2y-2x+6=$	**2p**
	$=xy-2x-2y+6=x\circ y$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x\circ y=xy-2x-2y+4+2=$	**2p**
	$=x(y-2)-2(y-2)+2=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$2\circ x=(2-2)(x-2)+2=$	**3p**
	$=0+2=2$, pentru orice număr real x	**2p**
5.	$x\circ x\circ x=(x-2)^3+2$	**2p**
	$x=4$	**3p**
6.	$m\circ n=3\Leftrightarrow(m-2)(n-2)=1$	**2p**
	Cum m și n sunt numere întregi, obținem perechile $(m,n)=(1,1)$ și $(m,n)=(3,3)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	Pentru $x=0$, $A(0)=\begin{pmatrix}1-0 & 0\\ -2\cdot 0 & 1+2\cdot 0\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\in G$	**2p**
2.	$A(1)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -2 & 3\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}0 & 1\\ -2 & 3\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=2$	**3p**
3.	$A\left(x^2\right)=\begin{pmatrix}1-x^2 & x^2\\ -2x^2 & 1+2x^2\end{pmatrix}$, $A(2x)=\begin{pmatrix}1-2x & 2x\\ -4x & 1+4x\end{pmatrix}$, $A\left(x^2\right)-A(2x)=\begin{pmatrix}-x^2+2x & x^2-2x\\ -2x^2+4x & 2x^2-4x\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}-x^2+2x & x^2-2x\\ -2x^2+4x & 2x^2-4x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\Leftrightarrow x_1=0$ şi $x_2=2$	**2p**
4.	$\det\left(A(x)\right)=\begin{vmatrix}1-x & x\\ -2x & 1+2x\end{vmatrix}=1+x$	**3p**
	$1+x\neq 0\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	**2p**
5.	$A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}1-x-y-xy & x+y+xy\\ -2x-2y-2xy & 1+2x+2y+2xy\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1-(x+y+xy) & x+y+xy\\ -2(x+y+xy) & 1+2(x+y+xy)\end{pmatrix}=A(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x şi y	**2p**
6.	$\left(A(x)\cdot A(x)\right)\cdot\left(A(x)\cdot A(x)\right)=A\left(x^2+2x\right)\cdot A\left(x^2+2x\right)=A\left((x+1)^2-1\right)\cdot A\left((x+1)^2-1\right)=$ $=A\left((x+1)^4-1\right)$	**3p**
	$(x+1)^4-1=0\Rightarrow x_1=-2$ şi $x_2=0$	**2p**